



Universitatea *Transilvania* din Braşov

## TEZĂ DE ABILITARE

### REZUMAT

**Analiza Texturilor Color și Multispectrale.  
Modele, Trăsături și Aplicații**

**Domeniul: Inginerie Electronică și Telecomunicații**

**Autor: Laurențiu-Mihail Ivanovici**

**Universitatea: Universitatea Transilvania din Braşov**

**BRAȘOV, 2015**



# Rezumat

Cercetările care constituie suportul pentru această teză de abilitare<sup>1</sup> au început în 2007 în colaborare cu Noël Richard de la laboratorul de cercetare XLIM-SIC, Université de Poitiers, Franța. Pe lângă prezentarea și evidențierea realizărilor notabile de până acum, în teza de față se regăsesc direcțiile viitoare de cercetare. După o scurtă introducere despre imaginile color și multispectrale reprezentând texturi, sunt abordate modele fractale ce pot fi utilizate pentru modelarea matematică a texturilor. Modelele sunt utile atât pentru sinteză cât și pentru analiză. În cadrul analizei, sunt abordate diverse tehnici de extragere de trăsături în vederea caracterizării texturilor, în special trăsături fractale și morfologice<sup>2</sup>. În finalul tezei sunt prezentate ca aplicații segmentarea imaginilor și clasificarea texturilor.

Texturile reprezintă variația unui semnal (i.e. imagine) la o scală mai mică decât cea de interes [33]. Texturile pot fi regulate, cvasi-regulate sau neregulate (vezi Fig. 1). Cele mai multe texturi naturale sunt neregulate. O altă taxonomie împarte texturile în deterministe sau probabiliste.

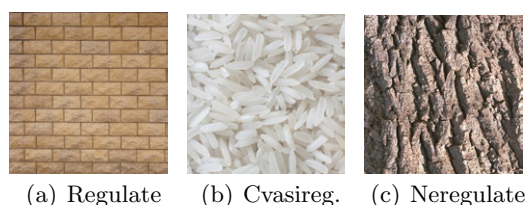


Fig. 1: Tipuri de texturi.

Noțiunea de textură a fost introdusă în anii 60-70 în contextul analizei imaginilor în nivele de gri ce prezentau variații pe suprafața obiectelor de interes, fapt ce făcea dificilă operația de segmentare. După Haralick [18]

---

<sup>1</sup>M. Ivanovici, “Color and Multispectral Texture Image Analysis – Models, Features and Applications”, Transilvania University Press, ISBN 978-606-19-0587-4, 2015, <http://miv.unitbv.ro/downloads/MIVCMTIAMFA2015.pdf>

<sup>2</sup>Este vorba aici de tehnici ce țin de morfologia matematică - domeniu fundamental pentru abordări neliniare în prelucrarea și analiza imaginilor. Vezi P. Soille *Mathematical morphology and image analysis*.

texturile pot fi descrise folosind termeni precum fin, rugos, ridat, ș.a. Haralick a pus bazele analizei de textură și a propus o serie de 14 trăsături pentru analiza texturilor [18] pe baza matricilor de dependență spațială a nivelelor de gri (cunoscute drept *matrici de coocurență*): omogenitatea, contrastul, numărul și natura frontierelor sau complexitatea unei texturi. De la Haralick încoace diverse tehnici de caracterizare a texturilor au fost propuse și clasificate în [40] ca: geometrice, statistice, bazate pe modele sau metode de prelucrarea semnalelor. Câteva tehnici importante sunt descrise în [32] [13] [22] [26].

În cadrul acestei teze ne concentrăm atenția asupra noțiunii de complexitate, în contextul analizei de texturi. Există diverse definiții ale complexității, cum ar fi complexitatea Kolmogorov sau entropia. Recent, împreună cu N. Richard am propus și înființat un nou Comitet Tehnic TC 8-14 în cadrul Diviziei 8 a CIE<sup>3</sup> intitulat *Specification of Spatio-Chromatic Complexity*. Obiectivul acestui comitet este de a defini complexitatea spațio-cromatică a unei texturi color, într-o formă vectorială și generică, care să țină cont de variațiile spațiale și spectrale ale texturii, în vederea elaborării unui standard internațional.

Pentru validarea modelelor și uneltelor de analiză a texturilor există diverse baze de date, unele dintre ele construite cu scopul de a testa metodele de caracterizare cu privire la invarianța la translatare, rotire, scalare sau modificarea iluminantului. Cele mai cunoscute sunt Outex [29] și Vis-Tex<sup>4</sup>. Recent, comunitatea științifică și-a orientat atenția către analiza texturilor multispectrale. Există câteva baze de date disponibile, una fiind baza CAVE<sup>5</sup>, Columbia University, New York care conține imagini multispectrale având 31 de benzi spectrale, de la 400 nm la 700 nm, în pași de 10 nm. Alte baze de imagini multispectrale sunt disponibile: University of East Anglia, United Kingdom<sup>6</sup>, Brno University of Technology, Czech Republic<sup>7</sup> sau the Joint Research Center, the Institute for Environment and Sustainability<sup>8</sup>. Cea din urmă conține imagini satelitare achiziționate de satelitul Landat 7.

## Modele fractale

Geometria fractală a fost introdusă de B. Mandelbrot în 1983 [27] pentru a descrie mulțimi auto-similare numite *fractali*. Auto-similaritatea este un concept central al geometriei fractale, fiind strâns legat de noțiunea de dimensiune și, implicit, de complexitate. Dimensiunea fractală este o măsură a complexității unui obiect fractal. Modelele fractale sunt utilizate pentru

<sup>3</sup>Comisia Internațională de Iluminare.

<sup>4</sup><http://vismod.media.mit.edu/vismod/imagery/VisionTexture/>

<sup>5</sup><http://www.cs.columbia.edu/CAVE/databases/multispectral/>

<sup>6</sup><http://www2.cmp.uea.ac.uk/Research/compvis/MultiSpectralDB.htm>

<sup>7</sup><http://splab.cz/en/download/databaze/multispec>

<sup>8</sup><http://image2000.jrc.ec.europa.eu/DI/IM.htm>

generarea de texturi sintetice, forme sau chiar peisaje în grafica computerizată. Din multitudinea de modele, ne-am concentrat atenția pe generarea de fractali stocastici, în speță generarea de zgomot brownian fracțional. O tehnică de generare a unui astfel de zgomot se numește *random midpoint displacement* propusă de D. Saupe în [32].

Pentru proiectarea unui generator de imagini fractale color, am extins în [20] metoda *random midpoint displacement* de la nivele de gri la domeniul color<sup>9</sup>. Am ales să lucrăm în spațiul de culoare RGB deoarece prezintă o organizare cubică coerentă cu construcția obiectului fractal. În cazul imaginilor color RGB, incrementele cu care punctul de mijloc se deplasează reprezintă diferențe, în sensul distanței euclidiene, între vectori tri-dimensionali  $X_k$ , situați în oricare două puncte  $t_1, t_2$  și  $s_1, s_2$  din spațiul suport. Varianța acestor incremente este:

$$\sigma_i^2 = \left( \sqrt{\sum_{k=r,g,b} (X_k(t_1, t_2) - X_k(s_1, s_2))^2} \right)^2 \quad (1)$$

$$\sigma_i^2 = \frac{[X_r(t_1, t_2) - X_r(s_1, s_2)]^2 + [X_g(t_1, t_2) - X_g(s_1, s_2)]^2 + \dots}{\dots + [X_b(t_1, t_2) - X_b(s_1, s_2)]^2} \quad (2)$$

În ipoteza că aceste incremente sunt statistic independente pe cele trei coordonate RGB, cu alte cuvinte simulii color pe cele trei canale nu sunt corelați, putem distribui operatorul de mediere statistică la fiecare termen:

$$\sigma_i^2 = \frac{[X_r(t_1, t_2) - X_r(s_1, s_2)]^2}{\dots} + \frac{[X_g(t_1, t_2) - X_g(s_1, s_2)]^2}{\dots} + \frac{[X_b(t_1, t_2) - X_b(s_1, s_2)]^2}{\dots} \quad (3)$$

Deoarece fiecare din cei trei termeni este proporțional cu  $\left( \sum_{i=1}^2 (t_i - s_i)^2 \right)^H$ , conform construcției obiectului fractal în cadrul metodei originale, putem concluziona că și suma la rândul ei va fi proporțională cu diferența coordonatelor spațiale:

$$\sigma_i^2 \propto 3 \cdot \left( \sum_{i=1}^2 (t_i - s_i)^2 \right)^H \propto \left( \sum_{i=1}^2 (t_i - s_i)^2 \right)^H \quad \square \quad (4)$$

Am demonstrat astfel că modelul nostru e valabil pentru imaginile color fractale generate utilizând spațiul de culoare RGB. Din punctul de vedere

<sup>9</sup>M. Ivanovici, N. Richard, *Fractal Dimension of Color Fractal Images*, IEEE Transactions on Image Processing, January 2011, <http://dx.doi.org/10.1109/TIP.2010.2059032>

al implementării, am modificat algoritmul prezentat în [32] pentru a face calcule pe triplete RGB. În Fig. 2 sunt prezentate imagini fractale color obținute, pentru care complexitatea diferă (prin valoarea factorului Hurst).

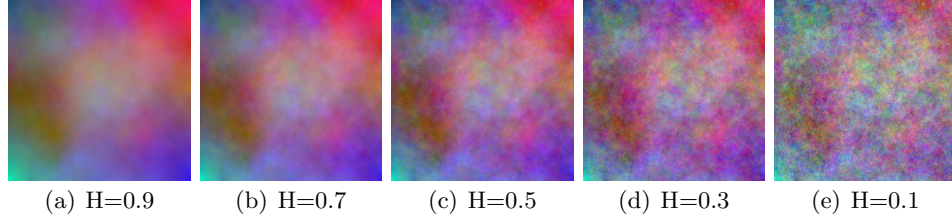


Fig. 2: Imagini color fractale generate utilizând spațiul RGB.

## Trăsături fractale

Pentru analiza texturilor cu caracter fractal, stocastic ne vom opri atenția asupra a două trăsături fractale importante: dimensiunea fractală și lacunaritatea. Dimensiunea fractală este o măsură a complexității unui fractal, indicând nivelul de neregularitate a acestuia și *cât* spațiu ocupă. Lacunaritatea este o măsură fractală complementară care indică *cum* este ocupat spațiul, fiind similară unei distribuții. Trăsăturile fractale sunt utilizate pentru analiza multi-scală a imaginilor și semnalelor multidimensionale, prin observarea variației unei măsuri ca funcție de scala de analiză.

Dimensiunea fractală teoretică este dimensiunea Haudorff [14]. În practică însă, această dimensiune se estimează prin calculul fie al dimensiunii de similaritate, al dimensiunii *box-counting*, al dimensiunii de corelație sau al altor dimensiuni. Algoritmul probabilist de estimare a dimensiunii *box-counting*  $dim_B$  propus de R. Voss [41] consideră imaginea  $F$  ca fiind o mulțime de puncte într-un spațiu euclidian. După [25], aranjamentul spațial al mulțimii este caracterizat de matricea de probabilitate  $P(m, \delta)$  - aceea de a avea  $m$  puncte într-un cub (box) de dimensiune  $\delta$ , centrat, pe rând, în toate punctele imaginii analizate. Pentru fiecare valoare  $\delta$ , matricea este normalată astfel încât:

$$\sum_{m=1}^Q P(m, \delta) = 1, \quad \forall \delta \quad (5)$$

unde  $Q$  reprezintă numărul de puncte din cuburile de dimensiune  $\delta$ . Dacă notăm cu  $M$  numărul total de puncte al imaginii, numărul de cuburi care conțin  $m$  puncte este  $(M/m)P(m, \delta)$ . Prin urmare, numărul total de cuburi necesar pentru a acoperi imaginea este:

$$\langle N(\delta) \rangle = \sum_{m=1}^N \frac{M}{m} P(m, \delta) = M \sum_{m=1}^N \frac{1}{m} P(m, \delta) \quad (6)$$

care reprezintă un estimat al lui  $N(\delta)$ , deci cantitatea  $\sum_{m=1}^Q \frac{1}{m} P(m, \delta)$  este direct proporțională cu  $\delta^{-\dim_B F}$  și poate fi utilizată pentru calcularea dimensiunii box-counting:  $N(\delta) = \sum_{m=1}^N \frac{1}{m} P(m, \delta) \propto \delta^{-\dim_B}$ .

Dacă în abordarea prezentată o imagine în nivele de gri poate fi modelată ca o suprafață discretă  $z = f(x, y)$  într-un spațiu tri-dimensional, în care  $z$  este luminanța în fiecare punct  $(x, y)$  al spațiului suport, modelul poate fi extins la imagini color și multispectrale. În [20] am considerat imaginile color ca fiind hiper-suprafețe într-un spațiu de culoare RGB:  $f(x, y) = (r, g, b)$ . Prin urmare, avem de-a face cu un hiper-spațiu euclidian cinci-dimensional, iar fiecare pixel poate fi privit ca un vector cinci-dimensional  $(x, y, r, g, b)$ .

Algoritmul lui Voss definește cuburi de dimensiune  $\delta$  centrate în pixelul curent  $(x, y, z = f(x, y))$  și numără câți pixeli se află în interiorul cubului determinat de următoarele colțuri diagonal opuse:  $(x - \frac{\delta}{2}, y - \frac{\delta}{2}, z - \frac{\delta}{2})$  și  $(x + \frac{\delta}{2}, y + \frac{\delta}{2}, z + \frac{\delta}{2})$ . Într-o extindere directă a algoritmului lui Voss la imagini color am număra pixelii  $F = f(x, y, r, g, b)$  pentru care distanța euclidiană la centrul hiper-cubului  $F_c = f(x_c, y_c, r_c, g_c, b_c)$  ar fi mai mică decât  $\delta$ :

$$|F - F_c| = \sqrt{\sum_{i=1}^5 |f_i - f_{ci}|^2} \leq \delta \quad (7)$$

Dat fiind că distanța euclidiană în spațiul RGB nu corespunde distanței perceptuale între culori, preferăm să folosim distanța Minkowski:

$$|F - F_c| = \max(|f_i - f_{ci}|) \leq \delta \quad \forall i = \overline{1, 5} \quad (8)$$

Practic, pentru un anume pătrat de dimensiune  $\delta$  din domeniul suport  $(x, y)$ , numărăm câți pixeli se situează într-un cub RGB tri-dimensional de dimensiune  $\delta$  centrat în pixelul curent. În Figura 3 sunt prezentate trei texturi naturale (orange, psoriazis și cladonia), pentru care rezultă curbele  $N(\delta)$  din graficul alăturat și următoarele dimensiuni fractale color: 2.0, 3.39 și 3.71.

Lacunaritatea, așa cum a fost definită de Voss, este bazată pe momentele de ordinul unu,  $M(\delta)$  și de ordinul doi,  $M^2(\delta)$  calculate pe baza probabilităților  $P(m, \delta)$ :

$$M(\delta) = \sum_{m=1}^N m P(m, \delta) \quad M^2(\delta) = \sum_{m=1}^N m^2 P(m, \delta) \quad (9)$$

$$\Lambda(\delta) = \frac{M^2(\delta) - (M(\delta))^2}{(M(\delta))^2} \quad (10)$$

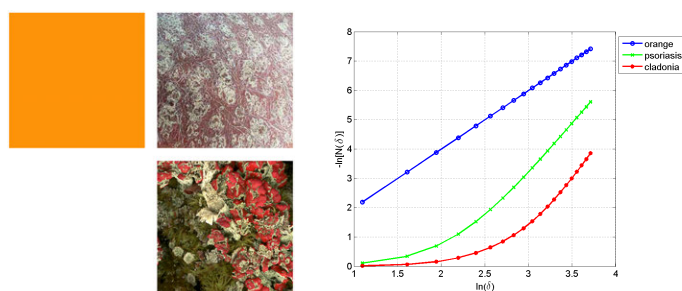


Fig. 3: Trei texturi și curbele  $N(\delta)$  corespunzătoare.

Modelând imaginile color la fel cum am făcut-o pentru estimarea dimensiunii fractale box-counting, obținem următoarele rezultate<sup>10</sup> prezentate în Fig. 4 și anume curbele de lacunaritate obținute pentru trei din imaginile fractale color din Fig. 2 și cele trei texturi din Fig. 3.

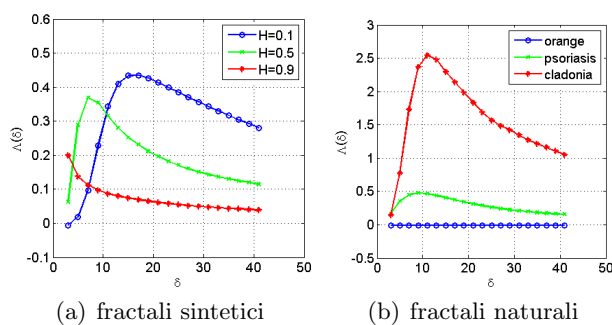


Fig. 4: Curbe de lacunaritate.

După cum a spus Mandelbrot, interpretarea curbelor de lacunaritate are legătură cu perceperea *munților* și *văilor* din complexitatea hipsuprafeței unei texturi.

## Trăsături morfologice

Domeniul de morfologie matematică a fost fondat de G. Matheron [28] și J. Serra [36] și constituie un cadru matematic pentru prelucrări neliniare și analiză de imagini. Morfologia matematică a fost introdusă pentru imagini binare, operatorii morfologici bazându-se pe teoria mulțimilor [16]. Extinderea morfologiei matematice la domeniul imaginilor în nivele de gri se

<sup>10</sup>M. Ivanovici, N. Richard, The lacunarity of colour fractal images, 16th IEEE International Conference on Image Processing, 2009, <http://dx.doi.org/10.1109/ICIP.2009.5414394>



bazează pe teoria laticelor, care implică o ordonare parțială a valorilor pixelilor din imagine, astfel încât să existe un *infimum* și un *supremum* pentru orice submulțime de valori de pixeli. Aplicațiile morfologiei matematice includ filtrare, segmentare sau analiză de textură [38].

Extinderea morfologiei matematice la domeniul imaginilor color și multispectrale nu este directă, din cauza valorilor vectoriale ale pixelilor din imagine și implicit a nevoii de a defini o ordine potrivită cu natura vectorială. Metodele de ordonare a vectorilor se pot clasifica în patru categorii [4]: marginală, redusă, condițională sau parțială, fiecare dintre acestea având avantaje și dezavantaje în funcție de rezultatul lor vizavi de o aplicație anume.

Diverse abordări au fost propuse pentru morfologie matematică pentru imagini color și multispectrale [3]. În paralel cu dezvoltarea acestor abordări, în cadrul cărora operatorii respectă toate proprietățile morfologiei matematice, au fost propuse diverse *pseudo-morfologii*. Acestea nu necesită o ordonare a valorilor pixelilor, ci se bazează pe estimarea valorilor extreme ale unei mulțimi date [17] [2] [7].

În [19] am propus estimarea valorilor extreme ale unei mulțimi, respectiv *infimum* și *supremum*, utilizând inegalitatea lui Cebîșev, ce permite estimarea probabilității ca o submulțime de vectori să aparțină unui interval centrat în jurul mediei distribuției [11]. Fie  $\xi$  o variabilă aleatoare de medie  $\mu_\xi$  și dispersie  $\sigma_\xi$ , atunci inegalitatea lui Cebîșev spune că:

$$P\{|\xi - \mu_\xi| \geq k\sigma_\xi\} \leq \frac{1}{k^2} \quad (11)$$

Ecuția (11) este valabilă pentru orice distribuție cu medie și dispersie finite [30]. Utilizând parametrul  $k$  putem determina valori pseudo-extreme apropiate de minimul respectiv maximul distribuției. Prin urmare, putem defini pseudo-extremele probabilistice ale unei distribuții,  $\mathcal{E}^+$  și  $\mathcal{E}^-$ , pe baza inegalității lui Cebîșev, astfel:

$$\begin{cases} \mathcal{E}^+ \triangleq \mu_\xi + k\sigma_\xi \\ \mathcal{E}^- \triangleq \mu_\xi - k\sigma_\xi \end{cases} \quad (12)$$

Alegând valoarea optimă pentru  $k$ , eroarea dintre extremele probabilistice și cele reale ale distribuției poate fi cât mai redusă. Pe baza acestei abordări, în [7] am propus o pseudo-morfologie probabilistică (PPM) pentru imagini în nivele de gri, exinstă apoi la domeniul imaginilor color<sup>11</sup>. Dată fiind o imagine  $f : \mathcal{D}_f \rightarrow \mathcal{S} \subset \mathbb{R}$ , și un element structurand plat  $g$  având suportul  $\mathcal{D}_g$ , am definit pseudo-erodarea și pseud-dilatarea după cum urmează:

<sup>11</sup>A. Căliman, M. Ivanovici, N. Richard, Probabilistic pseudo-morphology for grayscale and color images, Pattern Recognition, ISSN 0031-3203, February 2014, <http://dx.doi.org/10.1016/j.patcog.2013.08.021>

$$[\varepsilon_g(f)](x) = \bigwedge_{z \in \mathcal{D}_g} f(x+z) \stackrel{\Delta}{=} \mu_\xi - k\sigma_\xi, \quad \forall x \in \mathcal{D}_f \quad (13)$$

$$[\delta_g(f)](x) = \bigvee_{z \in \mathcal{D}_g} f(x-z) \stackrel{\Delta}{=} \mu_\xi + k\sigma_\xi, \quad \forall x \in \mathcal{D}_f \quad (14)$$

unde variabila aleatoare  $\xi$  modelează nivelele de gri ale pixelilor din domeniul  $\mathcal{D}_f \cap \mathcal{D}_g$ . Media  $\mu_\xi$  și dispersia  $\sigma_\xi$  sunt calculate local, în funcție de dimensiunea și poziția elementului structurant. Pentru valori mici ale lui  $k$  (0.2), pseudo-extremele probabilistice sunt aproape de valoarea medie statistică, iar comportamentul operatorilor PPM este similar cu al unui filtru liniar de netezire (vezi Fig. 5 și 6). Pentru  $k = 2$ , o valoare optimă pentru imaginea Lenna, rezultatele sunt similare cu acelea obținute în cazul utilizării operatorilor morfologiei matematice clasice pentru imagini în nivele de gri (GLMM). Se pot observa câteva diferențe: morfologia clasică introduce artefacte (e.g. la partea superioară a pălăriei). Datorită filtrării implicite ale operatorilor PPM, pseudo-erodările și pseudo-dilatările nu prezintă astfel de artefacte, forma elementului structurant nefiind vizibilă. În plus, abordarea PPM este capabilă să păstreze detalii morfologice (e.g. cele de la sprâncene) sau ale texturii (e.g. penele de la pălărie). Toate acestea dovedesc faptul că operatorii PPM dobândesc o anumită robustețe, fiind mai puțin influențați de zgomot, iar structurile morfologice și texturale sunt mai bine păstrate. Pentru o valoare mare cum ar fi  $k = 4$ , extremele probabilistice sunt departe de media statistică locală, fiind aproape de negru și alb - extremele intervalului de nivele de gri. Acest caz este similar cu cel al morfologiei clasice utilizând elemente structurante non-plate.

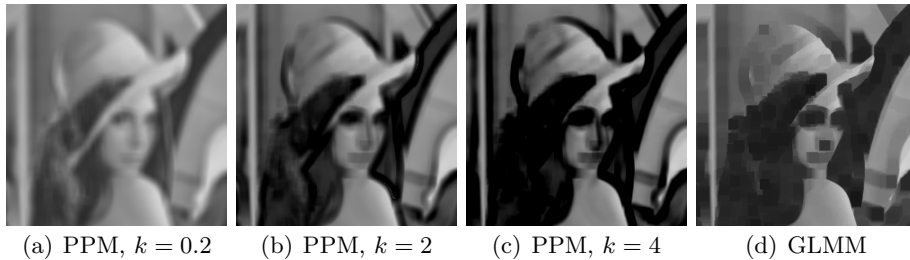


Fig. 5: Erodări PPM pentru diverse valori ale lui  $k$ , comparativ cu GLMM, ambele utilizând un element structurant plat de dimensiune  $11 \times 11$ .

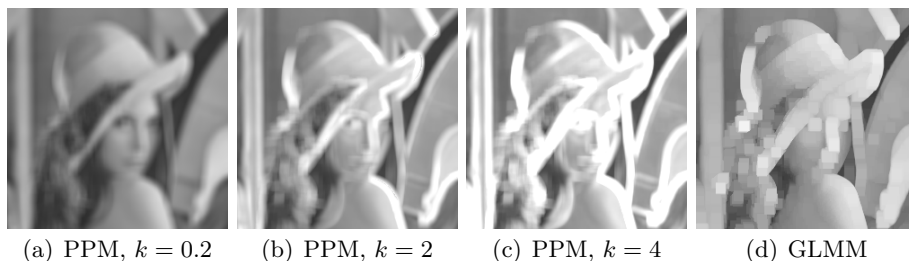


Fig. 6: Dilatări PPM pentru diverse valori ale lui  $k$ , comparativ cu GLMM, ambele utilizând un element structurand plat de dimensiune  $11 \times 11$ .

Pentru imaginile color și multispectrale, valorile pixelilor sunt vectoriale. Concret, în cazul imaginilor color acestea pot fi modelate ca  $f : \mathcal{D}_f \rightarrow \mathcal{S} \subset \mathbb{R}^3$ . Pentru a exinde abordarea PPM la domeniul color sau multispectral, trebuie să evaluăm corect varianța pixelilor în vederea utilizării inegalității lui Cebîșev. În [7] am propus o extindere la color și multispectral bazată pe analiza componentelor principale (PCA). PCA este o transformare liniară care are ca scop identificarea unui nou spațiu de reprezentare, în care varianța datelor este maximizată pe una din axe, denumite componente principale [31]. Versorii spațiului sunt vectorii proprii ai matricii de covarianță. În Figura 7 este ilustrată construcția pseudo-extremelor probabilistice (pe prima și pe ambele componente principale) în cazul unor vectori bi-dimensionali.

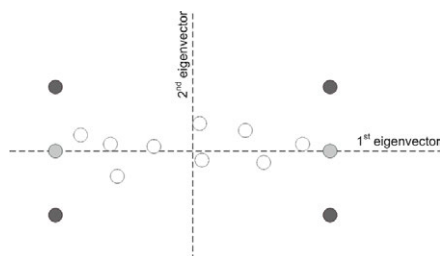


Fig. 7: Calculul pseudo-extremelor unei mulțimi de vectori bidimensionali (alb): utilizând doar prima componentă principală (gri deschis) sau ambele componente principale (gri închis).

După utilizarea PCA și a inegalității lui Cebîșev, cele două pseudo-extreme trebuie ordonate și etichetate ca fiind maxim, respectiv minim (problemă intrinsecă datorită naturii vectoriale a datelor). În lucrarea [7] am ordonat pseudo-extremele construite pe prima componentă principală utilizând un set de trei perechi de puncte de referință, alese arbitrar, ordonate *a priori*. Procesul de ordonare este realizat pe baza proiecțiilor pseudo-extremelor pe axa determinată de punctele de referință. Procesul este ilus-

trat în Figura 8, unde ordonarea *a priori* considerată pentru punctele de referință este  $R^+ > R^-$  și prin urmare pseudo-extremele  $E_\alpha$  și  $E_\beta$  vor fi ordonate  $E_\alpha > E_\beta$ .

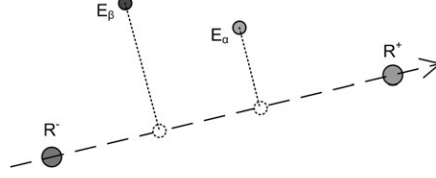


Fig. 8: Ordonarea extremelor  $E_\alpha$  și  $E_\beta$  folosind referințele  $R^-$  și  $R^+$ .

În [8], referințele au fost calculate automat ca fiind pseudo-extremele globale, pe fiecare componentă principală, pentru întreaga distribuție a valorilor de pixeli ai imaginii. În acest fel, trei perechi de referințe au fost obținute după cum urmează:  $(\mathcal{R}_1^-, \mathcal{R}_1^+)$ ,  $(\mathcal{R}_2^-, \mathcal{R}_2^+)$ ,  $(\mathcal{R}_3^-, \mathcal{R}_3^+)$ , cu  $\mathcal{R}_i^- < \mathcal{R}_i^+$ ,  $i = \overline{1, 3}$ . Ordonarea referințelor a fost realizată utilizând proiecțiile acestora pe axa alb-negru a spațiului de culoare. Astfel, operațiile de pseudo-erodare și pseudo-dilatate pentru o imagine color  $f$  și un element structurant  $g$  de suport  $\mathcal{D}_g$  pot fi definite ca:

$$[\varepsilon_g(f)](x) = \bigwedge_{z \in \mathcal{D}_g} f(x+z) \triangleq \begin{cases} \arg \min_i [\overrightarrow{\mathcal{R}_0^- \mathcal{R}_0^+} \cdot \overrightarrow{\mathcal{R}_0^- i}], i \in \{E_\alpha, E_\beta\} \\ \arg \min_i [\overrightarrow{\mathcal{R}_1^- \mathcal{R}_1^+} \cdot \overrightarrow{\mathcal{R}_1^- i}], i \in \{E_\alpha, E_\beta\} \text{ if } \overrightarrow{\mathcal{R}_0^- \mathcal{R}_0^+} \cdot \overrightarrow{E_\alpha E_\beta} = 0 \\ \arg \min_i [\overrightarrow{\mathcal{R}_2^- \mathcal{R}_2^+} \cdot \overrightarrow{\mathcal{R}_1^- i}], i \in \{E_\alpha, E_\beta\} \text{ if } \overrightarrow{\mathcal{R}_0^- \mathcal{R}_0^+} \cdot \overrightarrow{E_\alpha E_\beta} = \overrightarrow{\mathcal{R}_1^- \mathcal{R}_1^+} \cdot \overrightarrow{E_\alpha E_\beta} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

$$[\delta_g(f)](x) = \bigvee_{z \in \mathcal{D}_g} f(x-z) \triangleq \begin{cases} \arg \max_i [\overrightarrow{\mathcal{R}_0^- \mathcal{R}_0^+} \cdot \overrightarrow{\mathcal{R}_0^- i}], i \in \{E_\alpha, E_\beta\} \\ \arg \max_i [\overrightarrow{\mathcal{R}_1^- \mathcal{R}_1^+} \cdot \overrightarrow{\mathcal{R}_1^- i}], i \in \{E_\alpha, E_\beta\} \text{ if } \overrightarrow{\mathcal{R}_0^- \mathcal{R}_0^+} \cdot \overrightarrow{E_\alpha E_\beta} = 0 \\ \arg \max_i [\overrightarrow{\mathcal{R}_2^- \mathcal{R}_2^+} \cdot \overrightarrow{\mathcal{R}_1^- i}], i \in \{E_\alpha, E_\beta\} \text{ if } \overrightarrow{\mathcal{R}_0^- \mathcal{R}_0^+} \cdot \overrightarrow{E_\alpha E_\beta} = \overrightarrow{\mathcal{R}_1^- \mathcal{R}_1^+} \cdot \overrightarrow{E_\alpha E_\beta} = 0 \end{cases} \quad (16)$$

unde  $\overrightarrow{\mathcal{R}_i^- \mathcal{R}_i^+}$  este direcția ordonată determinată de punctele de referință  $\mathcal{R}_i^-$  și  $\mathcal{R}_i^+$ , iar  $E_\alpha$  și  $E_\beta$  reprezintă pseudo-extremele culorilor din suportul elementului structurant. În Figura 9 sunt prezentate câteva rezultate ale abordării PPM pe imaginea color "Miro". Toate operațiile au fost realizate în spațiul de culoare RGB deoarece acesta are componente corelate, utilizarea PCA având astfel sens.

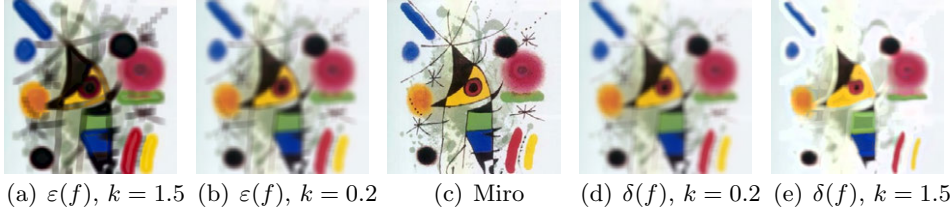


Fig. 9: Pseudo-erodări și pseudo-dilatări utilizând un element structurant de dimensiune  $11 \times 11$  și două valori ale parametrului  $k$ .

Poate fi observată o anumită similaritate între rezultatele abordării extinse la domeniul color și cea pentru imagini în nivele de gri: (i) pseudo-dilatările *deschid* imaginea, pe când pseudo-erodările o fac mai întunecată, ca urmare a utilizării axei alb-negru pentru ordonarea culorilor de referință; (ii) un efect de filtrare trece-jos, intrinsec procesului statistic; (iii) influența parametrului  $k$  al inegalității lui Cebîșev - o valoare mică determină rezultate similare cu cele ale unui filtru de netezire, pe când valori mari determină un comportament ne-liniar.

În [12] am propus o pseudo-morfologie bazată de distanța maximă calculată pentru valorile vectoriale ale pixelilor dintr-o vecinătate<sup>12</sup>. Dată fiind o imagine color reprezentată în spațiul CIE Lab,  $f : \mathcal{D}_f \rightarrow \mathbb{R}^3$ , de suport  $\mathcal{D}_f \subset \mathbb{Z}^2$ , definim pseudo-extremele din vecinătatea  $\mathcal{D}_g$  dată de elementul structurant plat  $g$  ca fiind:

$$\{\mathbf{e}_a, \mathbf{e}_b\} = \arg \max_{f(i), f(j)} d(f(i), f(j)), \quad \forall i, j \in \mathcal{D}_f \cap \mathcal{D}_g \quad (17)$$

unde  $d(\cdot, \cdot)$  reprezintă distanța CIE Lab  $\Delta E$  [37]. După calcularea pseudo-extremelor, problema etichetării acestora se poate rezolva pe baza distanțelor la axa alb-negru sau la culori de referință [7] [8]. Am optat pentru o ordonare lexicografică  $<_\ell$ . Pentru doi vectori  $\mathbf{v}$  și  $\mathbf{v}'$ :

$$\forall \mathbf{v}, \mathbf{v}' \in \mathbb{R}^n, \mathbf{v} <_\ell \mathbf{v}' \Leftrightarrow \exists i \in \{1, \dots, n\}, (\forall j < i, v_j = v'_j) \wedge (v_i < v'_i) \quad (18)$$

Definim astfel *pseudo-erodarea* ca fiind minimul, în sens lexicografic:

$$[\varepsilon_g(f)](k) = \min_\ell \{\mathbf{e}_a, \mathbf{e}_b\} \quad \forall k \in \mathcal{D}_f \quad (19)$$

iar *pseudo-dilatarea* ca fiind maximul lexicografic:

$$[\delta_g(f)](k) = \max_\ell \{\mathbf{e}_a, \mathbf{e}_b\} \quad \forall k \in \mathcal{D}_f \quad (20)$$

<sup>12</sup>R. Coliban, M. Ivanovici, Color and Multispectral Texture Characterization Using Pseudo-Morphological Tools, IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), Paris, France, October 27-30, 2014, <http://dx.doi.org/10.1109/ICIP.2014.7025126>

Pentru imagini multispectrale  $f : \mathcal{D}_f \rightarrow \mathbb{R}^n$ , folosim aceeași definiție a pseudo-extremelor, dar distanța utilizată este cea euclidiană în spațiul  $\mathbb{R}^n$ , iar etichetarea este realizată pe baza unei pre-ordini a energiei pixelilor (ordonarea lexicografică neavând sens):

$$\forall \mathbf{v}, \mathbf{v}' \in \mathbb{R}^n, \mathbf{v} <_e \mathbf{v}' \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n v_i^2 < \sum_{i=1}^n v'_i{}^2 \quad (21)$$

Figura 10 prezintă rezultatele aplicării operatorului de pseudo-dilatate morfologică bazat pe calculul distanței maxime pentru diverse dimensiuni ale elementului structurant pentru o imagine (Pompoms) din baza de date CAVE<sup>13</sup>, Columbia University, New York.

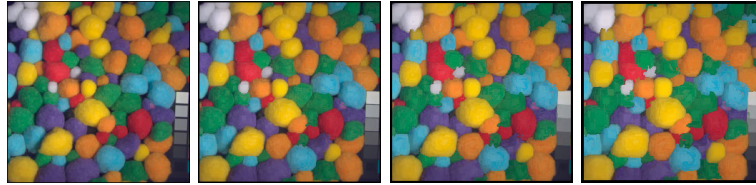


Fig. 10: Pseudo-dilatări ale imaginii Pompoms pentru diverse dimensiuni ale elementului structurant:  $3 \times 3$ ,  $5 \times 5$ ,  $7 \times 7$ ,  $9 \times 9$ .

Ca aplicație directă pentru analiza texturilor, pentru imaginea Pompoms din baza CAVE am calculat și reprezentat grafic funcțiile de granulometrie și covarianță morfologică pentru domeniul multispectral, conform definițiilor din Capitolului 4 al tezei de față (Figura 11) și le-am comparat cu variantele lor pentru imagini color și în nivele de gri: comportamentul tuturor celor trei curbe este unul foarte asemănător, dovedind validitatea extinderii operatorilor la domeniul multispectral.

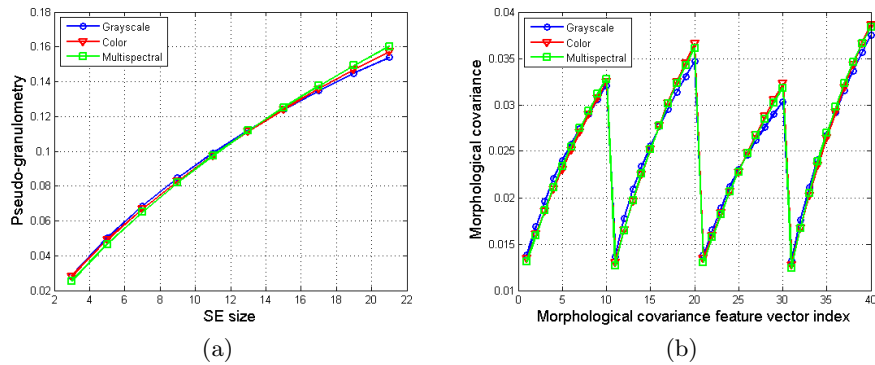


Fig. 11: Pseudo-granulometria și covarianța morfologică bazate pe distanța maximă.

<sup>13</sup><http://www.cs.columbia.edu/CAVE/databases/multispectral/>

## Aplicații

În continuare ne vom concentra pe o aplicație majoră, și anume segmentarea imaginilor, inclusiv pe baza clasificării texturilor. Conceptele teoretice ale segmentării imaginii sunt prezentate în lucrări precum [23] și [15]. În acest rezumat sunt succint prezentate câteva tehnici de segmentare, prezentate pe larg, alături de alte tehnici, în capitolul *Color Image Segmentation*<sup>14</sup> apărut la editura Springer.

### Segmentarea *watershed*

Tehnica de segmentare watershed este o abordare bazată pe regiuni, în care imaginea este modelată ca un relief [5] [35]. Este abordarea fundamental legată de morfologia matematică. Procesul de segmentare este inspirat din fenomene naturale (i.e. precipitații) - prin inundarea văilor reliefului imaginii se vor forma bazine, iar liniile de demarcație dintre acestea vor constitui frontierele segmentelor hărții de segmentare [6]. Când relieful este complet inundat, rețeaua de baraje *watershed* reprezintă harta de segmentare. În Figura 12 este ilustrat procesul de segmentare: a) bazinele încep să se inunde, iar bazinele  $V_1$  și  $V_3$  inundă două minime locale; b) un baraj este construit între văile  $V_1$  și  $V_2$  și un altul între  $V_2$  și  $V_3$ .

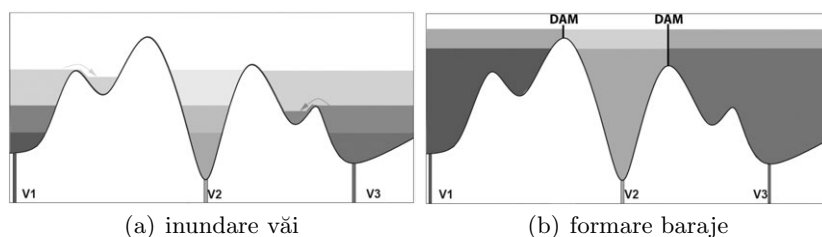


Fig. 12: Ilustrarea tehnicii de segmentare watershed.

Tradițional, segmentarea watershed are loc în domeniul original al imaginii, dar există abordări cum ar fi [42] în care segmentarea se realizează într-un spațiu al trăsăturilor. În Figura 13 este prezentat un exemplu de segmentare utilizând tehnica watershed, cu o fereastră locală de dimensiune  $21 \times 21$ . De regulă, poate urma o fază de fuziune a regiunilor care rezultă, în cazul unei suprasedgmentări.

Chanussot et al. a extins tehnica de segmentare watershed la domeniul color utilizând o tehnică bit mixing pentru morfologie vectorială [10].

<sup>14</sup>M. Ivanovici, N. Richard, D. Paulus, *Color Image Segmentation*, in *Advanced Color Image Processing and Analysis*, ed. Christine Fernandez-Maloigne, Springer New York, 2013, ISBN 978-1-4419-6190-7, <http://www.springer.com/us/book/9781441961891>

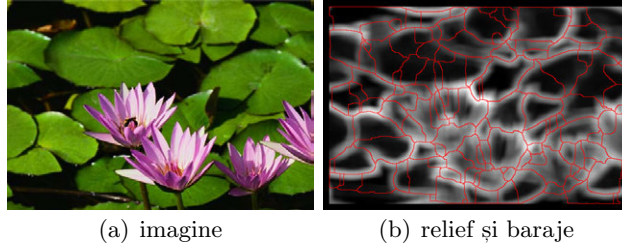


Fig. 13: Exemplu segmentare watershed.

### Contururile active

Contururile active au fost introduse de Terzopoulos et al. în 1988 [24] și sunt utilizate cu succes în segmentarea imaginilor. Sunt definite ca funcții *spline* de energie minimă ghidate de forțe externe influențate de conținutul imaginii astfel încât funcțiile vor converge ca poziție către trăsături ale imaginii cum ar fi frontierele.

Conturul inițial este deformat iterativ în funcție de câteva energii specificate. Conform definiției originale, un contur activ este o curbă spline  $c(s) = [x(s), y(s)]$ , cu  $s \in [0, 1]$ , care minimizează următoarea funcțională energetică [39]:

$$\varepsilon(c) = \varepsilon_{\text{int}}(c) + \varepsilon_{\text{ext}}(c) = \int_0^1 [E_{\text{int}}(c(s)) + E_{\text{ext}}(c(s))] ds \quad (22)$$

unde  $\varepsilon_{\text{int}}(c)$  reprezintă energia *internă*, intrinsecă curbei, iar  $\varepsilon_{\text{ext}}(c)$  energia *externă*, calculată pe baza imaginii. Energia internă  $\varepsilon_{\text{int}}$  este de regulă:

$$\varepsilon_{\text{int}}(c) = \int_0^1 \frac{1}{2} [\alpha(s) |c'(s)|^2 + \beta(s) |c''(s)|^2] ds \quad (23)$$

unde  $c'(s)$  și  $c''(s)$  sunt prima și a doua derivată, ponderate cu  $\alpha(s)$  și  $\beta(s)$ , care sunt de regulă constante în cele mai multe implementări de contururi active.

Energia externă este dată de un anumit model de difuzie, calculat pe imaginea de segmentat. Pentru extinderea la domeniul color, am utilizat momentul de ordin întâi al integralei de corelație pentru a defini un model de difuzie pentru imagini color [21]. În Figura 14 sunt prezentate rezultatele abordării noastre multi-rezoluție. Ipoteza de lucru pe care o facem este aceea că în imagine sunt prezente două tipuri de texturi, prezentând complexități diferite: una corespunzătoare obiectelor de interes și alta fundalului (complexitatea acestuia din urma fiind de regulă mai mică).

În cadrul abordării noastre, energia externă este intim legată de dimensiunea de corelație, fiind practic valoarea medie a distribuției  $C(\delta)$ , și reprezintă o măsură a eterogenității texturii locale, într-o anumită vecinătate,



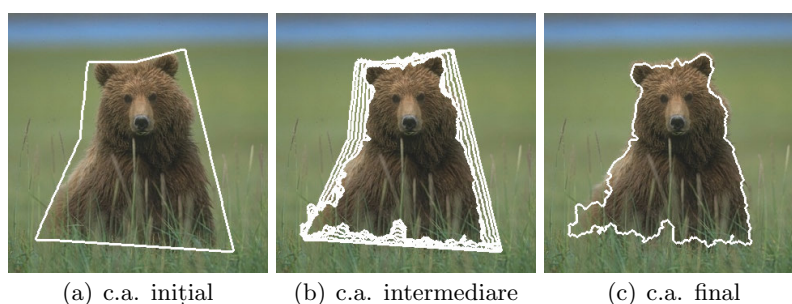


Fig. 14: Exemplu de segmentare utilizând contururi active (c.a.) pe o imagine color din baza Berkely (100080).

la o anumită rezoluție<sup>15</sup>. Concret, forțele energiei externe care conduc conturul activ sunt date de media distanțelor  $\Delta E$  din spațiul de culoare CIE Lab calculate la diverse rezoluții ale imaginii (Figura 15). Pentru o anumită rezoluție, valoarea în punctul  $(x, y)$  a suprafeței energetice este dată de media celor  $n^2(n^2 - 1)/2$  distanțe dintr-o vecinătate de dimensiune  $n \times n$  centrată în punctul respectiv:

$$E_{\text{ext}}(x, y)|_{n \times n} = \frac{2}{n^2(n^2 - 1)} \sum_{i=1}^{n^2} \sum_{j=i+1}^{n^2} \Delta E(v_i, v_j) \quad (24)$$

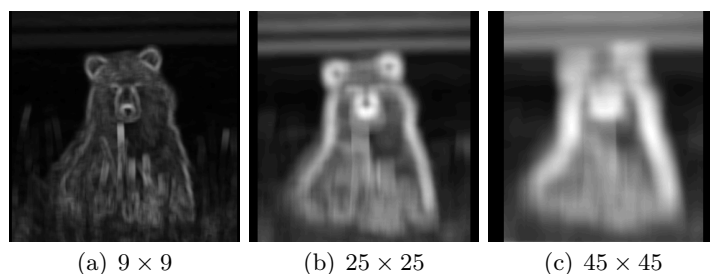


Fig. 15: Pseudo-imagini de difuzie pentru imaginea Berkely 100080.

## Segmentarea bazată de trăsături texturale

Deseori segmentarea este realizată într-un spațiu al trăsăturilor, nu direct pe valorile pixelilor din imagine. De obicei, o tehnică de clasificare (e.g. k-means) este utilizată pentru a clasifica pixelii în funcție de trăsăturile lor locale, calculate pentru o anumită vecinătate în jurul pixelului considerat. În

<sup>15</sup>M. Ivanovici, D. Stoica, Color diffusion model for active contours - an application to skin lesion segmentation, Annual International Conference of the IEEE, Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC), 2012, <http://dx.doi.org/10.1109/EMBC.2012.6347202>

Figura 16 sunt prezentate rezultatele segmentării utilizând trăsăturile morfologice prezentate în Capitolul 4: granulometria și covarianța morfologică. Clasificarea utilizată a fost una nesupervizată,  $k$ -means pentru  $k = 2$  pe baza ipotezei că în imagine sunt prezente doar două texturi: una corespunzătoare obiectului de interes și alta fundalului.

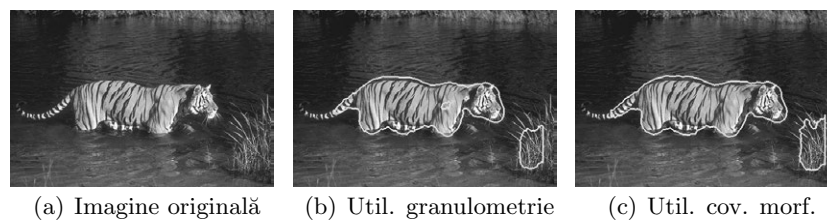


Fig. 16: Exemplu de segmentare bazată pe trăsături texturale.

Pentru a ilustra tehnica de segmentare pentru imagini color, am folosit ca trăsătură locală vectorul de volum calculate într pseudo-dilatări și pseudo-erodări, pentru diverse dimensiuni ale elementului structurant. Cele două operații pseudo-morfologice probabilistice (PPM) sunt prezentate în Capitolul 4 al tezei de abilitare. Sunt comparate rezultatele obținute folosind pseudo-morfologia  $\alpha$ -trimmed (calculată în spațiul RGB) și morfologia bazată pe ordonare lexicografică (în spațiu HSV, cu prioritatea componentelor V, S, H). Am calculat vectorii de volum local, folosind o fereastră glisantă, apoi o clasificare  $k$ -means în două clase. Am realizat și o segmentare manuală, ideală, utilizată drept referință pentru calculul procentului de pixeli corect clasificați. Rezultatele sunt prezentate în Figura 17.

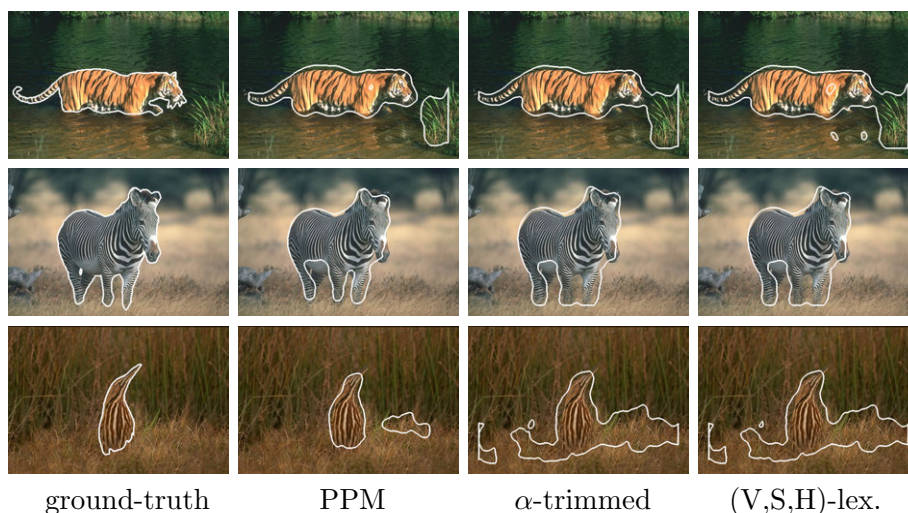


Fig. 17: Rezultatele segmentării bazate pe trăsături texturale color.

Din punct de vedere cantitativ, am calculat procentul de pixeli corect clasificați ca un criteriu de evaluare a calității segmentării [9]. Rezultatele sunt prezentate în tabelul următor. În experimentele noastre, în cele mai multe din cazuri, abordarea PPM conduce la o segmentare mai bună, dată fiind capacitatea mai bună de a evalua corect complexitatea texturii și variația acesteia la diverse scale de analiză.

	PPM	$\alpha$ -trimmed	(V,S,H) lex.
Berkeley108073	<b>92.37%</b>	91.41%	90.57%
Berkeley130066	<b>96.06%</b>	95.37%	95.40%
Berkeley43033	<b>96.35%</b>	86.01%	86.19%

### În loc de încheiere

Procesul de segmentare necesită adresarea și soluționarea următoarelor trei probleme: (i) determinarea trăsăturilor capabile să caracterizeze corect omogenitatea regiunilor imaginii; (ii) măsurile de similaritate sau funcțiile de distanță utilizate pentru trăsături și (iii) abordarea cadru de segmentare care optimizează harta de segmentare ca o funcție de perechea trăsăturimetrici. Am prezentat separat câteva tehnici de segmentare, dar de regulă există o graniță foarte fină între acestea și deseori sunt preferate abordări hibride care combină de exemplu piramidele și watershed [1]. Totuși, tehnicile de segmentare au evoluat către câteva tehnici cadru unanim acceptate: abordări piramidale, watershed, JSEG, tăieturi în graf, contururi active sau, recent, TurboPixels.

Întrebarea lui Haralick persistă însă și astăzi: care este valoarea optimă pentru criteriul de omogenitate ales? Nu există rețete prestabilite. Noi perspective apar dinspre teoria percepției, în special a teoriei Gestalt. Deoarece definiția omogenității, respectiv a eterogenității, trebuie exprimată drept complexitatea unei trăsături sau a distribuției acesteia, teoriile perceptuale caută să explice care sunt parametri fizici luați în considerare de către sistemul vizual uman. O problemă deschisă este dată deci de relația dintre legea similarității Gestalt și omogenitate. Randal [34] face legătura dintre legea de similaritate și gruparea în regiuni omogene de culoare sau textură. Definiția omogenității și implicit a complexității unei texturi rămâne însă imperfectă și reprezintă în continuare o nișă de viitor în cercetare.



# Bibliografie

- [1] J. Angulo. *Morphologie mathématique et indexation d'images couleur. Application à la microscopie en biomédecine*. Centre de Morphologie Mathématique, Ecole des Mines de Paris, France, 2003.
- [2] J. Angulo. Pseudo-morphological image diffusion using the counter-harmonic paradigm. In J. Blanc-Talon, D. Bone, W. Philips, D. Popescu, and P. Scheunders, editors, *Advanced Concepts for Intelligent Vision Systems*, volume 6474 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 426–437. Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [3] E. Aptoula and S. Lefèvre. A comparative study on multivariate mathematical morphology. *Pattern Recognition*, 40(11):2914–2929, November 2007.
- [4] V. Barnett. The ordering of multivariate data. *Journal of the Royal Statistical Society*, 139(3):318 – 355, 1976.
- [5] S. Beucher. Watersheds of functions and picture segmentation. *Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE International Conference on ICASSP '82.*, 7:1928 – 1931, may 1982.
- [6] S Beucher. Watershed, hierarchical segmentation and waterfall algorithm. In J Serra and P Soille, editors, *Mathematical Morphology And Its Applications To Image Processing*, volume 2 of *Computational Imaging And Vision*, pages 69–76, 1994.
- [7] A Caliman, M. Ivanovici, and N. Richard. Probabilistic pseudo-morphology for greyscale and color images. *Pattern Recognition*, 47(2):721 – 735, 2014.
- [8] A Caliman, M. Ivanovici, N. Richard, and G. Toacse. A multivariate mathematical morphology based on orthogonal transformation, probabilistic extrema estimation and distance optimization. In C. L. Hendriks, G. Borgefors, and R. Strand, editors, *Mathematical Morphology and Its Applications to Signal and Image Processing*, volume 7883 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 255–266. Springer Berlin Heidelberg, 2013.

- 
- [9] A. Carleer, O. Debeir, and E. Wolff. Assessment of very high spatial resolution satellite image segmentations. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 71(11):1285–1294, 2005.
- [10] J. Chanussot and P. Lambert. Total ordering based on space filling curves for multivalued morphology. In *Proceedings of the 4th international symposium on Mathematical morphology and its applications to image and signal processing*, ISMM '98, pages 51–58, Norwell, MA, USA, 1998. Kluwer Academic Publishers.
- [11] P. Chebyshev. Des valeurs moyennes. *Journal de mathematiques pures et appliquees*, 2(12):177–184, 1867.
- [12] R.-M. Coliban and M. Ivanovici. Color and multispectral texture characterization using pseudo-morphological tools. In *Image Processing (ICIP), 2014 IEEE International Conference on*, pages 630–634, Oct 2014.
- [13] G.R. Cross and A.K. Jain. Markov random field texture models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI(1):25–39, 1983.
- [14] K. Falconer. *Fractal Geometry, mathematical foundations and applications*. John wiley and Sons, 1990.
- [15] Rafael C. Gonzalez and Richard E. Woods. *Digital Image Processing (3rd Edition)*. Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA, 2006.
- [16] J. Goutsias and H. J. A. M. Heijmans. Fundamenta morphologicae mathematicae. *Fundamenta Informaticae - Special issue on mathematical morphology*, 41(1-2):1–31, January 2000.
- [17] A. Hanbury and J. Serra. Morphological operators on the unit circle. *IEEE Transactions on Image Processing*, 10(12):1842–1850, 2001.
- [18] R. Haralick, K. Shanmugam, and I. Dinstein. Textural feature for image classification. In *IEEE Transactions on System Man and Cybernetics*, volume 3(6), pages 610–621, November 1973.
- [19] M. Ivanovici, A. Caliman, N. Richard, and C. Fernandez-Maloigne. Towards a multivariate probabilistic morphology for colour images. In *Proceedings of the 6th European Conference on Colour in Graphics, Imaging and Vision*, pages 189 – 193, Amsterdam, the Netherlands, May 6-9 2012.
- [20] M. Ivanovici and N. Richard. Fractal dimension of colour fractal images. *IEEE Transactions on Image Processing*, 20(1):227–235, January 2011.

- [21] M. Ivanovici and D. Stoica. Color diffusion model for active contours - an application to skin lesion segmentation. In *Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC), 2012 Annual International Conference of the IEEE*, pages 5347–5350, Aug 2012.
- [22] A.K. Jain and F. Farrokhnia. Unsupervised texture segmentation using gabor filters. In *Systems, Man and Cybernetics, 1990. Conference Proceedings., IEEE International Conference on*, pages 14–19, 1990.
- [23] Anil K. Jain. *Fundamentals of digital image processing*. Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA, 1989.
- [24] Michael Kass, Andrew Witkin, and Demetri Terzopoulos. Snakes: Active contour models. *International Journal of Computer Vision*, 1(4):321–331, 1988.
- [25] J.M. Keller and S. Chen. Texture description and segmentation through fractal geometry. *Computer Vision, Graphics and Image processing*, 45:150–166, 1989.
- [26] K.I. Laws. Rapid texture identification, 1980.
- [27] B.B. Mandelbrot. *The Fractal Geometry of Nature*. W.H. Freeman and Co, New-York, 1982.
- [28] G. Matheron. *Random sets and integral geometry*. John Wiley and Sons, Inc., 1975.
- [29] T. Ojala, T. Mäenpää, M. Pietikäinen, J. Viertola, J. Kyllönen, and S. Huovinen. Outex - new framework for empirical evaluation of texture analysis algorithms. In *Proceedings of the 16th International Conference on Pattern Recognition - Volume 1, ICPR02*, Washington, DC, USA, 2002. IEEE Computer Society.
- [30] A. Papoulis. *Probability, random variables, and stochastic processes*. McGraw-Hill, 3rd edition, 1991.
- [31] K. Pearson. On lines and planes of closest fit to systems of points in space. *Philosophical Magazine*, 2(6):559–572, 1901.
- [32] H.O. Peitgen and D. Saupe. *The sciences of fractal images*. Springer Verlag, 1988.
- [33] M. Petrou and P. G. Sevilla. *Image Processing: Dealing with Texture*. John Wiley and Sons, 2006.
- [34] J. Randall, L. Guan, W. Li, and X.Zhang. The hcm for perceptual image segmentation. *Neurocomputing*, 71(10-12):1966–1979, June 2008.

- 
- [35] Jos B.T.M. Roerdink and Arnold Meijster. The watershed transform: Definitions, algorithms and parallelization strategies. *Fundamenta Informaticae*, 41:187–228, 2001.
- [36] J. Serra. *Image Analysis and Mathematical Morphology*, volume I. Academic Press, 1982.
- [37] R. Seve. Practical formula for the computation of CIE 1976 hue difference. *Color Research and Application*, 21(4):314–314, 1996.
- [38] P. Soille. *Morphological Image Analysis: Principles and Applications*. Springer-Verlag, 2002.
- [39] D. Terzopoulos. Deformable models: Classic, topology-adaptive and generalized formulations. In S. Osher and N. Paragios, editors, *Geometric Level Set Methods in Imaging, Vision, and Graphics*, chapter 2, pages 21–40. Springer-Verlag, New York, 2003.
- [40] M. Tuceryan and A. K. Jain. Texture analysis. In *The Handbook of Pattern Recognition and Computer Vision*, pages 207–248. World Scientific Publishing Co., 1998.
- [41] R. Voss. Random fractals : characterization and measurement. *Scaling phenomena in disordered systems*, 10(1):51–61, 1986.
- [42] Yu-Jin Zhang. *Advances in Image and Video Segmentation*. IRM Press, 2006.