

# CERCETĂRI PRIVIND FIABILITATEA PRODUSELOR INDUSTRIALE

**MORARIU Cristin-Olimpiu**



Domeniul: Inginerie industrială



Universitatea  
Transilvania  
din Brașov



# CUPRINS

Lista de notății

## (A) Summary

## (B) REALIZĂRI ȘTIINȚIFICE ȘI PROFESIONALE, PLANURI DE EVOLUȚIE ȘI DEZVOLTARE A CARIEREI

### (B-i) Realizări științifice și profesionale

Introducere

#### Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

1.1 Noțiuni generale

1.2 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Weibull

    1.2.1 Studii comparative privind modalitățile de estimare ale parametrului de localizare

    1.2.2 Proiectarea optimizată a planurilor de încercări

    1.2.3 Inferențe statistice în cazul rezultatelor experimentale obținute pe baza încercărilor trunchiate

    1.2.4 Metode bayesiene de estimare parametrică

1.3 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției exponențiale

1.4 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Rayleigh

1.5 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției lognormale





## CUPRINS (continuare)

### **(B-i) Realizări științifice și profesionale**

#### **Capitolul 2. Cercetări privind fiabilitatea produselor industriale**

2.1 Fiabilitatea previzională a rulmenților

2.2 Determinarea indicatorilor de fiabilitate ai rulmenților utilizând date experimentale obținute prin încercări efectuate prin metoda liniei defectelor primare

2.3 Analiza fiabilității scarificatorului tractat

2.4 Analiza fiabilității mașinii de debitat furnir

Concluzii

### **(B-ii) Planuri de evoluție și dezvoltare a carierei**

### **(B-iii) Bibliografie**

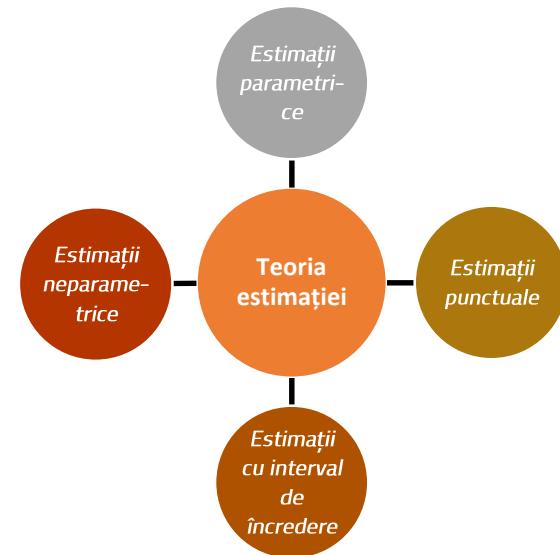


## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

### 1.1 Notiuni generale

## Principali indicatori de fiabilitate

Indicator	Exprimat în funcție de:			
	$F(t)$	$f(t)$	$R(t)$	$z(t)$
$F(t)$	-	$\int_0^t f(t) \cdot dt$	$1 - R(t)$	$1 - e^{-\int_0^t z(t) \cdot dt}$
$f(t)$	$\frac{dF(t)}{dt}$	-	$-\frac{dR(t)}{dt}$	$z(t) \cdot e^{-\int_0^t z(t) \cdot dt}$
$R(t)$	$1 - F(t)$	$\int_t^\infty f(t) \cdot dt$	-	$e^{-\int_0^t z(t) \cdot dt}$
$z(t)$	$\frac{1}{1 - F(t)} \cdot \frac{dF(t)}{dt}$	$\frac{f(t)}{\int_t^\infty f(t) \cdot dt}$	$-\frac{1}{R(t)} \cdot \frac{dR(t)}{dt}$	-



## Metode de estimare

- Metode grafice de estimare
- Metode analitice de estimare
  - Metoda celor mai mici pătrate
  - Metoda verosimilității maxime
  - Metoda momentelor
- Estimatori liniari
- Tehnici bayesiene de estimare

## Încercări de fiabilitate

- Încercări complete;
- Încercări cenzurate;
- Încercări trunchiate.



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

1.2 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Weibull

1.2.1 Studii comparative privind modalitățile de estimare ale parametrului de localizare

Estimatori grafici:

$$F(t) = \Pr(T \leq t) = 1 - e^{-(\frac{t-\gamma}{\eta})^\beta}$$

$$\ln \left[ \ln \frac{1}{1 - F(t)} \right] = \beta \cdot \ln(t - \gamma) - \beta \cdot \ln \eta$$

$$\begin{cases} y = \ln \left[ \ln \frac{1}{1 - F(t)} \right] \\ A = -\beta \cdot \ln \eta \\ B = \beta \\ x = \ln(t - \gamma) \end{cases}$$

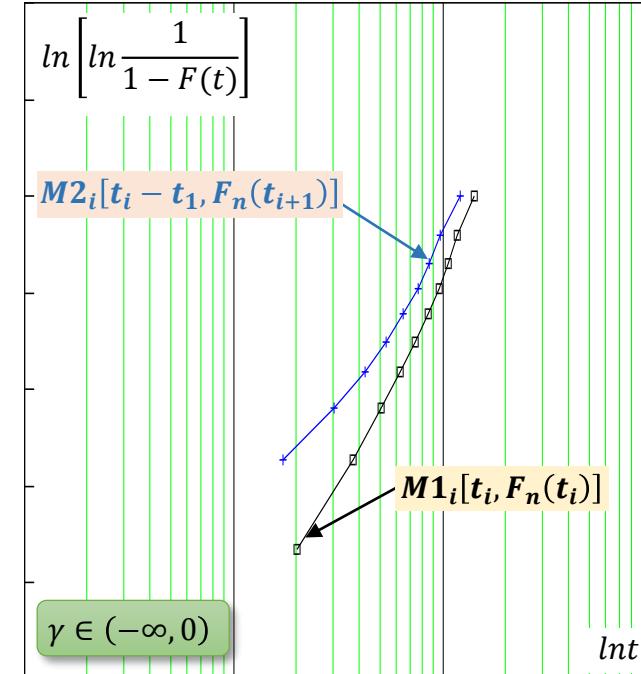
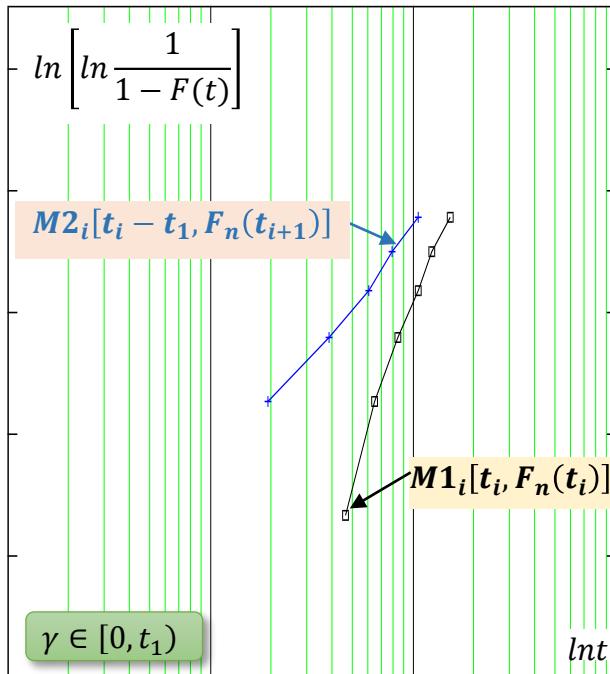


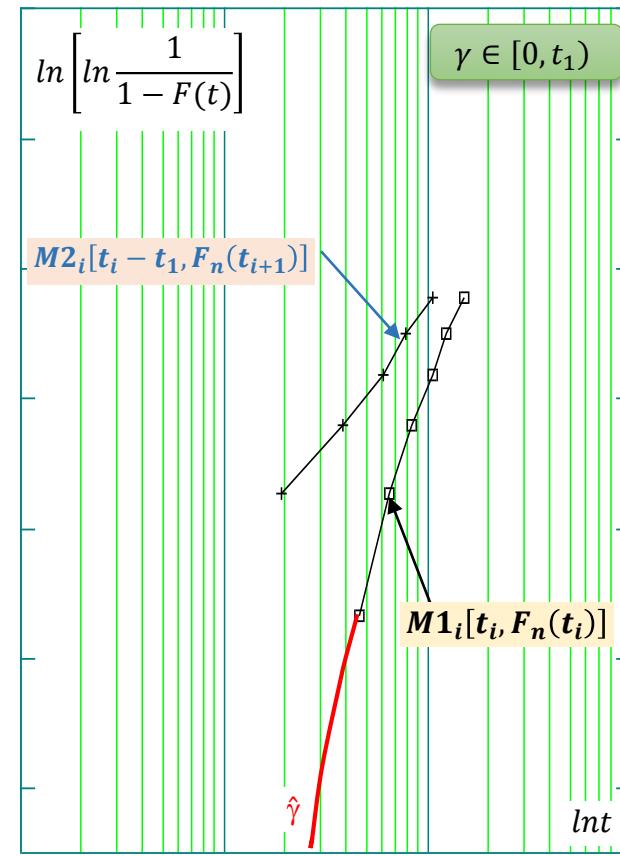
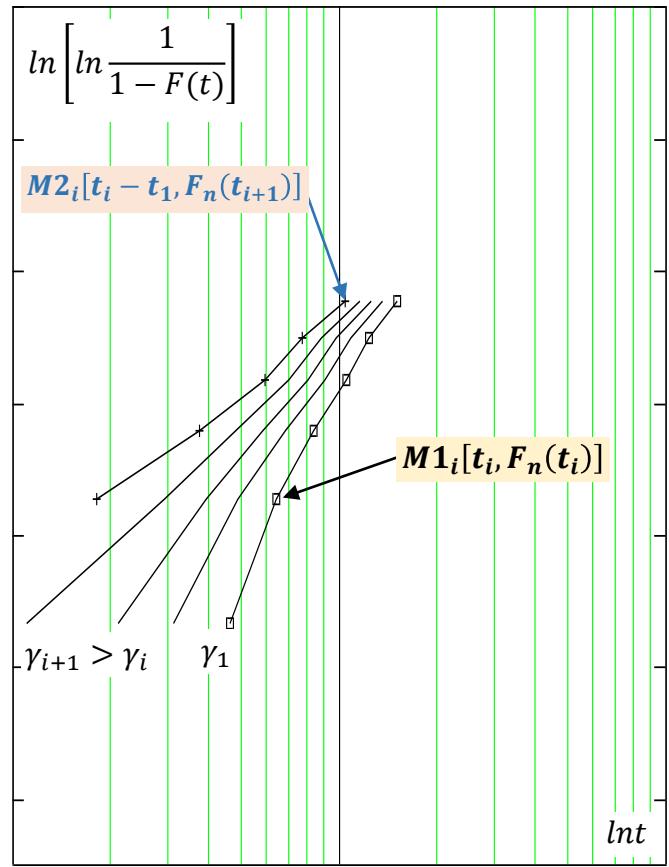
Fig. 1.12 Determinarea domeniului de existență al parametrului de localizare,  $\gamma$



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

1.2 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Weibull

1.2.1 Studii comparative privind modalitățile de estimare ale parametrului de localizare



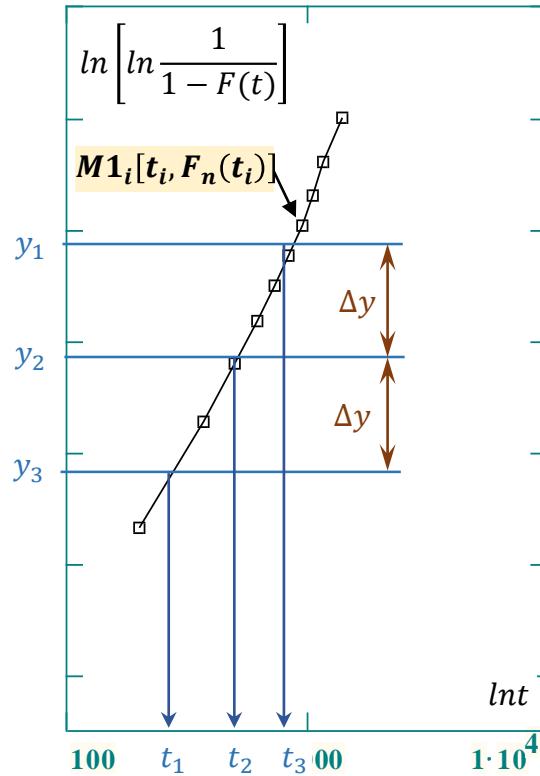
Estimarea parametrului de localizare,  $\gamma$



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

1.2 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Weibull

### 1.2.1 Studii comparative privind modalitățile de estimare ale parametrului de localizare



Estimarea parametrului de localizare,  $\gamma$  prin interpolare:

$$\hat{\gamma} = \frac{t_1 \cdot t_3 - t_2^2}{t_1 + t_3 - 2 \cdot t_2}$$

### Metoda celor mai mici pătrate

$$\epsilon = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n [A + B \cdot \ln(t_i - \gamma) - y_i]^2 = \min.$$

$$\begin{aligned} & \left\{ r \cdot \sum_{i=1}^r \ln^2(t_i - \gamma) - \left[ \sum_{i=1}^r (t_i - \gamma) \right]^2 \right\} \cdot \sum_{i=1}^r \frac{y_i}{t_i - \gamma} - \\ & - \left[ \sum_{i=1}^r y_i \cdot \sum_{i=1}^r \ln^2(t_i - \gamma) - \sum_{i=1}^r [y_i \cdot \ln(t_i - \gamma)] \cdot \sum_{i=1}^r \ln(t_i - \gamma) \right] \cdot \sum_{i=1}^r \frac{1}{t_i - \gamma} - \\ & - \left\{ r \cdot \sum_{i=1}^r [y_i \cdot \ln(t_i - \gamma)] - \sum_{i=1}^r y_i \cdot \sum_{i=1}^r \ln(t_i - \gamma) \right\} \cdot \sum_{i=1}^r \frac{\ln(t_i - \gamma)}{t_i - \gamma} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} B = \frac{r \cdot \sum_{i=1}^r y_i \cdot \ln(t_i - \gamma) - \sum_{i=1}^r y_i \cdot \sum_{i=1}^r \ln(t_i - \gamma)}{r \cdot \sum_{i=1}^r \ln^2(t_i - \gamma) - [\sum_{i=1}^r \ln(t_i - \gamma)]^2} \\ A = \frac{\sum_{i=1}^r y_i \cdot \sum_{i=1}^r \ln^2(t_i - \gamma) - \sum_{i=1}^r [y_i \cdot \ln(t_i - \gamma)] \cdot \sum_{i=1}^r \ln(t_i - \gamma)}{r \cdot \sum_{i=1}^r \ln^2(t_i - \gamma) - [\sum_{i=1}^r \ln(t_i - \gamma)]^2} \end{cases}$$



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

- 1.2 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Weibull
  - 1.2.1 Studii comparative privind modalitățile de estimare ale parametrului de localizare

### Metoda modificată a momentelor

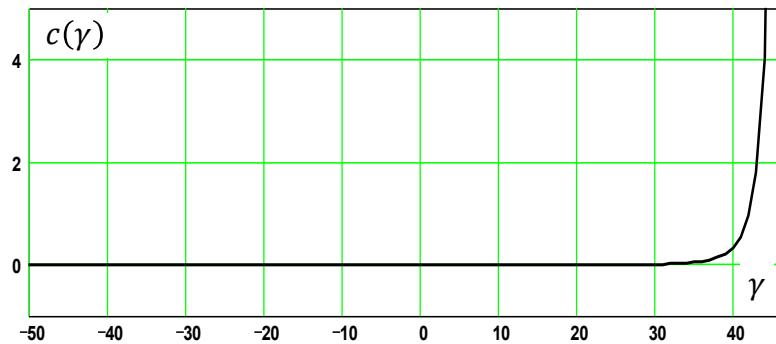


Fig. 1.16 Variația valorilor ecuației (1.52) în funcție de  $\gamma$

$$\begin{cases} \mu = \bar{t} \\ \sigma^2 = s^2 \\ E[T_{(1)}] = t_{(1)} \end{cases}.$$

$$\begin{cases} \gamma + \eta \cdot \Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^r t_i \\ \eta^2 \cdot \left\{ \Gamma\left(\frac{2}{\beta} + 1\right) - \left[ \Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) \right]^2 \right\} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^r (t_i - \bar{t})^2 \\ \gamma + \frac{\eta}{n^{-\frac{1}{\beta}}} \cdot \Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) = t_1 \end{cases}$$

### Metoda verosimilității maxime

$$\begin{cases} \frac{1}{\beta} + \frac{1}{r} \cdot \sum_{i=1}^r \ln(t_i - \gamma) - \frac{\sum_{i=1}^r (t_i - \gamma)^\beta \cdot \ln(t_i - \gamma) + (n - r) \cdot (t_r - \gamma)^\beta \cdot \ln(t_r - \gamma)}{\sum_{i=1}^r (t_i - \gamma)^\beta + (n - r) \cdot (t_r - \gamma)^\beta} = 0 \\ \eta = \left\{ \frac{1}{r} \cdot \left[ \sum_{i=1}^r (t_i - \gamma)^\beta - (n - r) \cdot (t_r - \gamma)^\beta \right] \right\}^{1/\beta} \\ r \cdot \beta \cdot \frac{\sum_{i=1}^r (t_i - \gamma)^{\beta-1} + (n - r) \cdot (t_r - \gamma)^{\beta-1}}{\sum_{i=1}^r (t_i - \gamma)^\beta + (n - r) \cdot (t_r - \gamma)^\beta} - (\beta - 1) \cdot \sum_{i=1}^r \ln\left(\frac{1}{t_i - \gamma}\right) = 0 \end{cases}.$$



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

- 1.2 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Weibull
  - 1.2.1 Studii comparative privind modalitățile de estimare ale parametrului de localizare

### Estimarea parametrului de localizare utilizând coeficientului de corelație

Coeficientul de corelație (sau coeficientul de covarianță) al variabilelor aleatorii X și Y reprezintă raportul:

$$\rho(X, Y) = \frac{COV(X, Y)}{\sqrt{V(X) \cdot V(Y)}}$$

Coeficientul de corelație informații despre modul în care sunt repartizate în  $R^2$  valorile vectorului aleatoriu (X,Y).

În cazul estimărilor efectuate prin metoda celor mai mici pătrate, valoarea coeficientului de corelație:

$$\rho(\gamma) = \frac{\sum_{i=1}^r \ln(t_i - \gamma) \cdot y_i - \frac{\sum_{i=1}^r \ln(t_i - \gamma) \cdot \sum_{i=1}^r y_i}{r}}{\sqrt{\left[ \sum_{i=1}^r \ln^2(t_i - \gamma) - \frac{[\sum_{i=1}^r \ln(t_i - \gamma)]^2}{r} \right] \cdot \left[ \sum_{i=1}^r y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^r y_i)^2}{r} \right]}}$$

poate fi utilizată ca un indicator al concordanței dintre valorile experimentale și dreapta reparației teoretice, ecuația (1.20).

Această proprietate a coeficientului de corelație poate fi utilizată pentru estimarea parametrului de localizare ( $\hat{\gamma}$ ) din condiția de maxim a valorii lui  $\rho(\gamma)$ .



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

1.2 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Weibull

### 1.2.1 Studii comparative privind modalitățile de estimare ale parametrului de localizare

*Tabelul 1.4 Rezultatele obținute prin prelucrarea statistică a exemplelor considerate [MCO 04d]*

Exemplul 1:  $n = 10, r = 6$

$t_i$ : 46, 64, 83, 105,  
123, 150

Exemplul 2:  $n = 10, r = 10$

$t_i$ : 200, 370, 500,  
620, 730, 840, 950,  
1050, 1160, 1400

Estimărie obținută prin:		Exemplul 1			Exemplul 2		
		Estimațiile punctuale ale parametrilor					
		$\hat{\beta}$	$\hat{\eta}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\eta}$	$\hat{\gamma}$
Metoda grafică:	Varianta a	1.2	144	30	3.0	1220	-300
		$\rho(\hat{\gamma}) = 0.99975$			$\rho(\hat{\gamma}) = 0.99952$		
	Varianta b	1.2	144	31	-	-	-
		$\rho(\hat{\gamma}) = 0.999769$			-		
	Varianta c	1.2	144	29.48	3.0	1220	-297.82
		$\rho(\hat{\gamma}) = 0.99972$			$\rho(\hat{\gamma}) = 0.99823$		
Metoda celor mai mici pătrate, aplicată repartiției triparametrice Weibull	2.8526	188.616	-33.800	2.905	1196.596	-280.957	
	$\rho(\hat{\gamma}) = 0.98495$			$\rho(\hat{\gamma}) = 0.99953$			
Metoda verosimilității maxime, aplicată repartiției triparametrice Weibull	0.99609	122.667	43.364	0.99969	582.326	199.633	
Metoda modificată a momentelor	-	-	-	4.060	1481.377	-561.867	
Metoda coeficientului de corelație combinată cu:	$\rho(\hat{\gamma}) = 0.99977$		30.795	$\rho(\hat{\gamma}) = 0.99953$		-283.287	
a) Metoda celor mai mici pătrate, aplicată repartiției biparametrice Weibull	1.183	144.745	30.795	2.913	1199.008	-283.287	
b) Metoda verosimilității maxime, aplicată repartiției biparametrice Weibull	1.483	128.025	30.795	3.384	1188.980	-283.287	



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

- 1.2 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Weibull
  - 1.2.1 Studii comparative privind modalitățile de estimare ale parametrului de localizare

### Concluzii:

- a. Valorile maxime ale coeficientului de corelație s-au obținut în cazul utilizării metodei coeficientului de corelație.
- b. Estimații asemănătoare, valoric pentru parametrul de localizare, se obțin în cazul utilizării metodelor care au la bază același principiu (cel al liniarizării funcției de repartitie): metodele grafice, metoda celor mai mici pătrate aplicată repartiției triparametrice Weibull și metoda coeficientului de corelație.
- c. Utilizarea metodelor grafice poate furniza valori estimate cu suficientă precizie, deși sunt afectate de subiectivismul analistului, dacă se realizează pe rețele de probabilitate construite cu o acuratețe deosebită.
- d. Estimatorul lui  $\gamma$  obținut prin metoda celor mai mici pătrate, aplicată repartiției triparametrice Weibull, depinde foarte mult de valoarea inițială aleasă pentru rezolvarea numerică a ecuației ce conține estimarea parametrului de localizare.
- e. Metoda coeficientului de corelație permite obținerea univocă a estimărilor parametrului de localizare.
- f. Metoda verosimilității maxime aplicată repartiției triparametrice Weibull determină obținerea, în unele situații, a unor valori estimate care diferă semnificativ de cele obținute prin celelalte metode.
- g. Metoda modificată a momentelor furnizează estimări care diferă semnificativ, în unele cazuri, de cele obținute prin alte metode. De aceea, se recomandă utilizarea ei doar în situațiile în care nu există metode alternative de estimare.



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

1.2 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Weibull

### 1.2.2 Proiectarea optimizată a planurilor de încercări

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 \cdot \eta \cdot \left[ -\ln \left( 1 - \frac{i - 0.3}{n + 0.4} \right) \right]^{1/\beta} + (C_2 - C_3) \cdot (n + r - 1) + C_4 \rightarrow \min. \\ \\ \frac{1 - \tau}{1 + \tau} = \left[ \frac{1 - \frac{2}{9 \cdot r_{min}} + z_{\alpha/2} \cdot \left( \frac{2}{9 \cdot r_{min}} \right)^{1/2}}{1 - \frac{2}{9 \cdot r_{min}} - z_{\alpha/2} \cdot \left( \frac{2}{9 \cdot r_{min}} \right)^{1/2}} \right]^{3/\beta} \\ \\ lnr \geq lnr_{min} \\ \\ lnn \leq lnN_{max} \\ \\ lnr \leq lnn \\ \\ lnn \geq \frac{b}{1+b} \cdot lnr + \frac{lna + 2 \cdot ln\varepsilon + 2 \cdot lnz_{\alpha/2} - 2 \cdot \ln(1 - \sqrt{1 + \varepsilon^2})}{1+b} \end{array} \right.$$

Funcția obiectiv - **costul total al încercării de fiabilitate:**

$C_1$  - reprezintă costul pe oră al încercării;

$C_2$  - reprezintă costul fiecărui produs testat;

$C_3$  - reprezintă valoarea ce poate fi recuperată din fiecare produs testat, după terminarea încercării;

$C_4$  - reprezintă valoarea fixă a încercării, valoare ce nu depinde de volumul eșantionului sau de durata testului;

$N$  - reprezintă total de produse ce funcționează pe stand.:

$$N = n + r - 1$$

$N_{max}$  - numărul maxim al produselor care poate fi montat simultan pe stand

$r$  - nivelul de cenzurare

$\varepsilon$  - precizia estimării parametrului de formă

$\tau$  - precizia estimării parametrului  $\eta$ , al repartiției Weibull



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

### 1.2 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Weibull

#### 1.2.2 Proiectarea optimizată a planurilor de încercări

#### Exemplu numeric

Valorile numerice utilizate sunt:

$$\tau = 15\%$$

$$\varepsilon = 30\%$$

$$\beta = 1.75$$

$$\eta = 800$$

$$C_1 = 50$$

$$C_2 = 15$$

$$C_3 = 5$$

$$C_4 = 20$$

$$N_{max} = 120$$

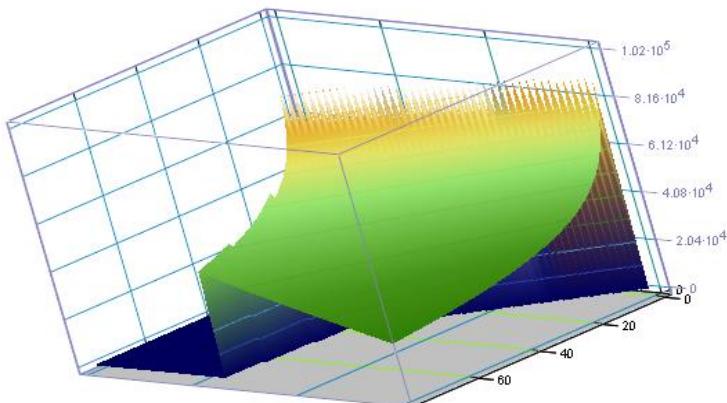
$$1 - \alpha = 90\%$$

$$z_{\frac{\alpha}{2}} = -1.645$$

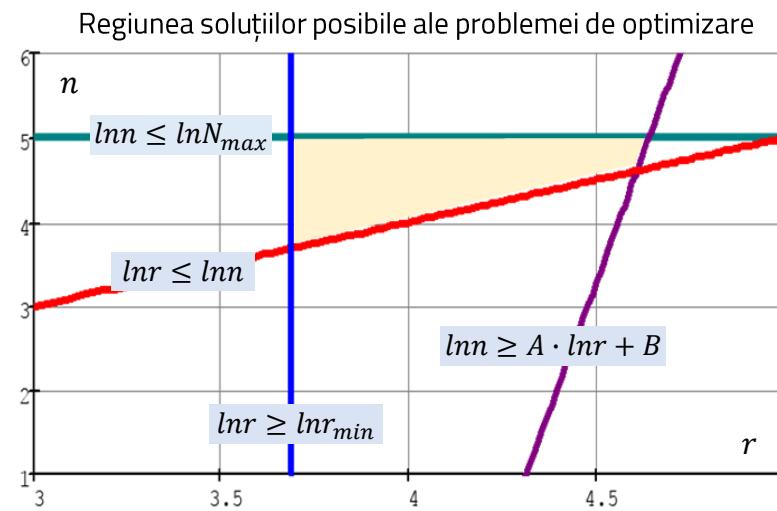
Rezolvarea problemei de optimizare a fost realizată numeric, utilizând un program scris în MathCAD 14 Professional. Solutia problemei de optimizare (1.80), calculată cu precizie de  $10^{-12}$ , este:

- volumul eșantionului:  $n = 120$  produse;
- nivelul de cenzurare:  $r = 40$  produse,

care asigură costul minim al încercării:  $C_T(N, r) = 2.226 \cdot 10^4$ .



Reprezentarea grafică a valorilor funcției obiectiv  $C_T(N, r)$



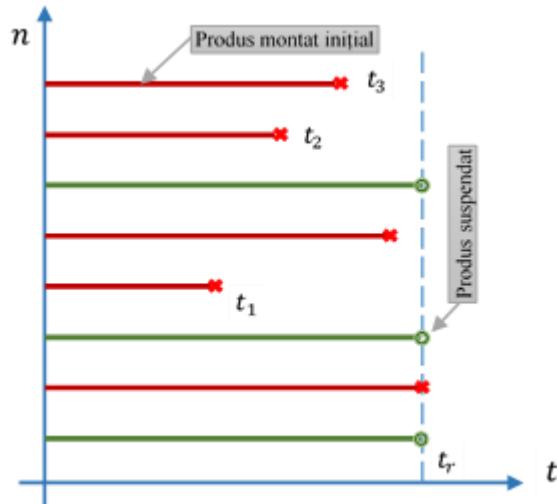
## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

### 1.2 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Weibull

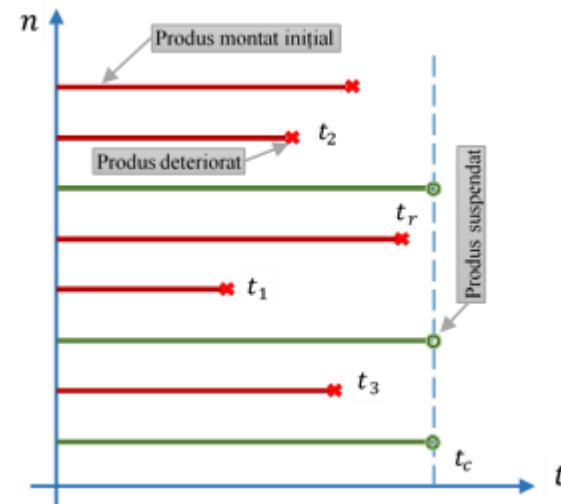
#### 1.2.3 Inferențe statistice în cazul rezultatelor experimentale obținute pe baza încercărilor trunchiate

Încercările de fiabilitate trunchiate, deși se utilizează mai rar la testarea produselor, constituie o metodă alternativă pe baza căreia se pot lua decizii privind calitatea elementelor testate, în condițiile unor dure a încercărilor, stabilită aprioric.

Schema desfășurării încercărilor cenzurate



Schema desfășurării încercărilor trunchiate



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

1.2 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Weibull

1.2.3 Inferențe statistice în cazul rezultatelor experimentale obținute pe baza încercărilor trunchiate

Singura metodă de estimare parametrică, care folosește întreaga informație furnizată de încercările trunchiate, este metoda verosimilității maxime:

$$\mathcal{L}(t_i, \theta) = \frac{n!}{(n-r)!} \cdot \prod_{i=1}^r f(t_i) \cdot [1 - F(t_c)]^{n-r}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\hat{\beta}} + \frac{1}{r} \cdot \sum_{i=1}^r lnt_i - \frac{\sum_{i=1}^r t_i^{\hat{\beta}} \cdot lnt_i + (n-r) \cdot t_c^{\hat{\beta}} \cdot lnt_c}{\sum_{i=1}^r t_i^{\hat{\beta}} + (n-r) \cdot t_c^{\hat{\beta}}} = 0 \\ \hat{\eta}^{\hat{\beta}} = \frac{1}{r} \cdot \left[ \sum_{i=1}^r t_i^{\hat{\beta}} + (n-r) \cdot t_c^{\hat{\beta}} \right] \end{cases}$$

Realizarea inferențelor și verificarea ipotezelor statistice în cazul încercărilor cenzurate și complete, efectuate pe eșantioane de volum redus, presupun utilizarea a două variabile aleatorii:

$$\hat{\beta}/\beta = v(r, n) \text{ și } \hat{\beta} \cdot \ln(\hat{\eta}/\eta) = k(r, n)$$

Determinarea intervalelor de încredere pentru parametrii și cuantilele repartiției Weibull, precum și testarea ipotezelor statistiche referitoare la parametrii repartiției se poate face acoperitor, ținând seama de faptul că durata  $t_c$  a încercării se poate considera ca fiind cuprinsă între duratele unor încercări cenzurate la nivel  $r$ , respectiv  $r+1$  deteriorări



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

### 1.2 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Weibull

#### 1.2.3 Inferențe statistice în cazul rezultatelor experimentale obținute pe baza încercărilor trunchiate

- 1 • Date inițiale:
  - $n$  – volumul eșantionului;
  - $r$  – nivelul de cenzurare
- 2 • Generarea a  $n$  numere aleatorii uniforme ( $na_i, i = \overline{1, n}$ ), în intervalul  $[0,1]$
- 3 • Calculul timpilor de deteriorare ( $t_i$ ) prin utilizarea funcției inverse de repartiție, ecuația:  $t_i = \ln \left[ \frac{1}{1-na_i} \right]$
- 4 • Ordonarea crescătoare a valorilor  $t_i$ , obținute la pasul 3
- 5 • Trunchierea acestor valori la nivelul  $r$ , prin reținerea valorilor:
  - $t_{(1)} \leq t_{(2)} \leq \dots \leq t_{(j)} \leq \dots \leq t_{(r)}$
- 6 • Estimarea parametrilor repartiției Weibull, pe baza celor  $r$  valori determinate la pasul 5, prin rezolvarea sistemului de ecuații (1.84)
- 7 • Calculul valorilor variabilelor aleatorii specifice:
  - $\hat{\beta}_1 = v(r, n)$  și  $\hat{\beta}_1 \cdot \ln \hat{\eta}_1 = k(r, n)$
- 8 • Se repetă pașii 1 ÷ 7 de  $N_{sim}$  ori
- 9 • Se determină cuantilele variabilelor aleatorii, considerând cele  $N_{sim}$  realizate pentru fiecare caz în parte
- 10 • Date de ieșire:
  - fișiere ASCII (\*.prn) care conțin valorile cuantilelor.

## Inferențe statistice

Intervalul de încredere bilateral simetric, corespunzător unui nivel de încredere  $1 - \alpha$ , pentru parametrul de formă rezultă:

$$\frac{\hat{\beta}}{v_{\frac{1-\alpha}{2}}(r+1, n)} < \beta < \frac{\hat{\beta}}{v_{\frac{\alpha}{2}}(r, n)}$$

Testarea ipotezelor statistice referitoare la parametrul de formă, față de o valoare de referință  $\beta_0$ :

Ipoteza alternativă $H_1:$	Ipoteza nulă $H_0: \beta = \beta_0$ se acceptă, dacă:
$\beta < \beta_0$	$v_\alpha(r, n) < \hat{\beta}/\beta_0$
$\beta > \beta_0$	$\hat{\beta}/\beta_0 < v_{1-\alpha}(r+1, n)$
$\beta \neq \beta_0$	$v_{\alpha/2}(r, n) < \hat{\beta}/\beta_0 < v_{1-\alpha/2}(r+1, n)$



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

### 1.2 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Weibull

#### 1.2.3 Inferențe statistice în cazul rezultatelor experimentale obținute pe baza încercărilor trunchiate

Intervalului de încredere bilateral simetric, corespunzător unui nivel de încredere  $1 - \alpha$ , pentru parametrul de scală rezultă:

$$\hat{\eta} \cdot \left[ \exp\left(\frac{-k_{1-\frac{\alpha}{2}}(r+1, n)}{\hat{\beta}}\right) \right] < \eta < \hat{\eta} \cdot \left[ \exp\left(\frac{-k_{\frac{\alpha}{2}}(r, n)}{\hat{\beta}}\right) \right]$$

Testarea ipotezelor statistice referitoare la parametrul de scală, față de o valoare de referință  $\eta_0$

Ipoteza alternativă $H_1:$	Ipoteza nulă $H_0: \eta = \eta_0$ se acceptă, dacă:
$\eta < \eta_0$	$k_\alpha(r, n) < \hat{\beta} \cdot \ln\left(\frac{\hat{\eta}}{\eta_0}\right)$ .
$\eta > \eta_0$	$\hat{\beta} \cdot \ln\left(\frac{\hat{\eta}}{\eta_0}\right) < k_{1-\alpha}(r+1, n)$
$\eta \neq \eta_0$	$k_{\frac{\alpha}{2}}(r, n) < \hat{\beta} \cdot \ln\left(\frac{\hat{\eta}}{\eta_0}\right) < k_{1-\frac{\alpha}{2}}(r+1, n)$

#### Exemplu numeric

Considerăm un eșantion de volum  $n = 15$ , supus testării. În urma încercărilor pe stand, trunchiate la durata  $t_c = 300$  ore, se constată deteriorarea a  $r = 10$  produse în intervalul de testare  $(0, 300)$ .

Estimatorii punctuali de verosimilitate maximă:

$$\begin{cases} \hat{\beta} = 1.22 \\ \hat{\eta} = 268 \end{cases}$$

Pentru un nivel de încredere  $1 - \alpha = 0.90$ , intervalul bilateral simetric, al parametrului de formă, va avea valoarea:

$$\frac{1.22}{1.836} = 0.664 < \beta < \frac{1.22}{0.7198} = 1.695$$

Intervalul bilateral simetric, al parametrului de scală, va avea valoarea, pentru un nivel de încredere  $1 - \alpha = 0.90$ :

$$268 \cdot \left[ \exp\left(\frac{-0.4755}{1.22}\right) \right] < \eta < 268 \cdot \left[ \exp\left(\frac{-0.876}{1.22}\right) \right]$$

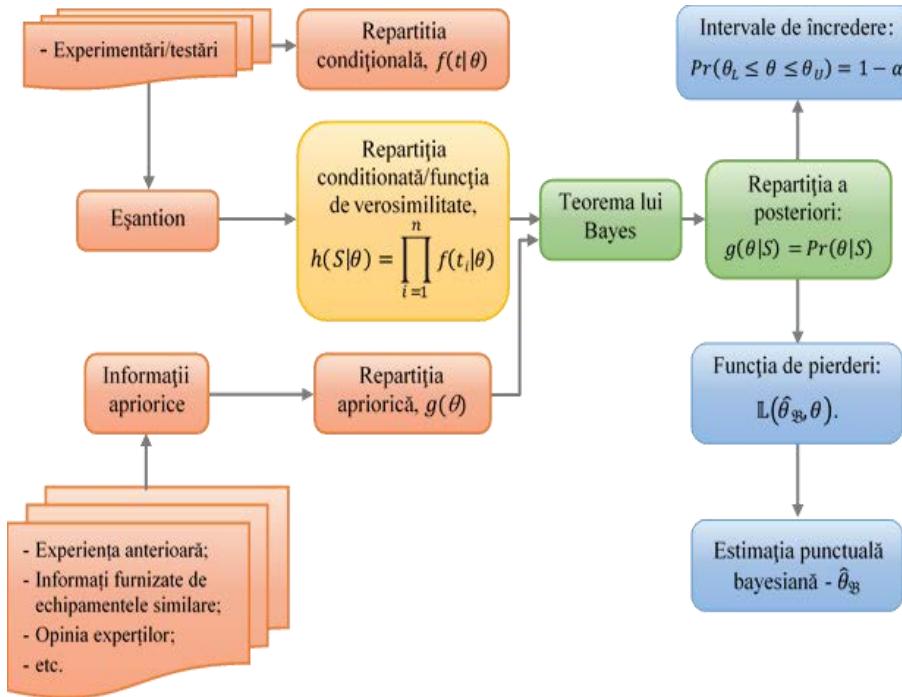
$$181.496 < \eta < 549.731$$



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

### 1.2 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Weibull

#### 1.2.4 Metode bayesiene de estimare parametrică



### Modelul matematic utilizat:

#### Repartiția conditională:

$$f(t) = \beta \cdot \lambda \cdot t^{\beta-1} \cdot e^{-\lambda \cdot t^\beta}$$

#### Repartiția apriorică a parametrului de formă:

$$Pr(\beta = \beta_i) = p_i, i = \overline{1, k}$$

#### Repartiția apriorică a parametrului de scală:

$$h(\lambda|\beta_i) = \frac{\alpha_i^{q_i} \cdot \lambda^{q_i-1}}{\Gamma(q_i)} \cdot e^{-\lambda \cdot \alpha_i}$$

#### Repartiția conditionată (funcția de verosimilitate):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\lambda, \beta | t_j) &= \frac{n!}{(n-r)!} \cdot \left[ \prod_{j=1}^r f(t_j) \right] \cdot [1 - F(t_r)]^{n-r} = \\ &= C \cdot \lambda^r \cdot \beta^r \cdot u^{\beta-1} \cdot e^{-\lambda \cdot v} \end{aligned}$$

#### Densitatea de probabilitate bidimensională a posteriori:

$$\begin{aligned} g(t_1, t_2, \dots, t_r | \lambda, \beta_i) &= \frac{p_i \cdot h(\lambda|\beta_i) \cdot \mathcal{L}(\lambda, \beta | t_j)}{\int_0^\infty \sum_{i=1}^k p_i \cdot h(\lambda|\beta_i) \cdot \mathcal{L}(\lambda, \beta | t_j) \cdot d\lambda} = \\ &= \frac{p_i \cdot \lambda^r \cdot \beta_i^r \cdot u^{\beta_i-1} \cdot e^{-\lambda \cdot v_i} \cdot \frac{\alpha_i^{q_i} \cdot \lambda^{q_i-1}}{\Gamma(q_i)} \cdot e^{-\lambda \cdot \alpha_i}}{Pr(S)} \end{aligned}$$

## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

1.2 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Weibull

### 1.2.4 Metode bayesiene de estimare parametrică

Repartițiile a posteriori pentru cei doi parametri necunoscuți ( $\lambda$  și  $\beta_i$ ) ai procesului Weibull analizat:

$$Pr(\beta = \beta_i | t_j) = p_{pi} = \int_0^{\infty} g(t_1, t_2, \dots, t_r | \lambda, \beta_i) \cdot d\lambda = \\ = \frac{p_i \cdot \beta_i^{r+1} \cdot u^{\beta_i-1} \cdot \frac{\alpha_i^{q_i}}{\Gamma(q_i)} \cdot \frac{\Gamma(r + q_i)}{(v_i + \alpha_i)^{r+q_i}}}{Pr(S)}$$

$$g(\lambda | t_1, t_2, \dots, t_r) = \sum_{i=1}^k g(t_j | \lambda, \beta_i) = \\ = \frac{\sum_{i=1}^k \left[ p_i \cdot \beta_i^r \cdot u^{\beta_i-1} \cdot \frac{\alpha_i^{q_i}}{\Gamma(q_i)} \cdot e^{-\lambda \cdot (v_i + \alpha_i)} \cdot \lambda^{r+q_i-1} \right]}{Pr(S)}$$

### Estimări parametrice bayesiene

Dacă se adoptă o funcție de pierderi de forma:

$$L(\hat{\theta}_{\mathfrak{B}}, \theta) = (\hat{\theta}_{\mathfrak{B}} - \theta)^2,$$

estimatorul bayesian parametric ( $\hat{\theta}_{\mathfrak{B}}$ ) al parametrului necunoscut  $\theta$  îl reprezintă media repartiției a posterioiri.

Estimatorul bayesian al parametrului de formă:

$$\hat{\beta}_{\mathfrak{B}} = E(\beta | t_j) = \sum_{i=1}^k p_{pi} \cdot \beta_i = \\ = \frac{\sum_{i=1}^k \left[ p_i \cdot \beta_i^{r+1} \cdot u^{\beta_i-1} \cdot \frac{\alpha_i^{q_i}}{\Gamma(q_i)} \cdot \frac{\Gamma(r + q_i)}{(v_i + \alpha_i)^{r+q_i}} \right]}{\sum_{i=1}^r \left[ p_i \cdot \beta_i^r \cdot u^{\beta_i-1} \cdot \frac{\alpha_i^{q_i}}{\Gamma(q_i)} \cdot \frac{\Gamma(r + q_i)}{(v_i + \alpha_i)^{r+q_i}} \right]}$$

Estimatorul bayesian al parametrului de scală:

$$\hat{\lambda}_{\mathfrak{B}} = E(\lambda | t_j) = \int_0^{\infty} \lambda \cdot g_p(\lambda | t_j) \cdot d\lambda = \\ = \frac{\sum_{i=1}^r \left[ p_i \cdot \beta_i^r \cdot u^{\beta_i-1} \cdot \frac{\alpha_i^{q_i}}{\Gamma(q_i)} \cdot \frac{\Gamma(r + q_i + 1)}{(v_i + \alpha_i)^{r+q_i+1}} \right]}{\sum_{i=1}^r \left[ p_i \cdot \beta_i^r \cdot u^{\beta_i-1} \cdot \frac{\alpha_i^{q_i}}{\Gamma(q_i)} \cdot \frac{\Gamma(r + q_i)}{(v_i + \alpha_i)^{r+q_i}} \right]}$$



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

### 1.2 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Weibull

#### 1.2.4 Metode bayesiene de estimare parametrică

##### Estimarea parametrilor $\beta_i$ și $p_i$

Informația apriorică referitoare la parametrul de formă se prezintă sub forma unei valori estimate anterior experimentului,  $\hat{\beta}_{BLIE}$ :

$$\begin{cases} \hat{\gamma}_{BLIE} = A(n, r, 1) \cdot lnt_1 + A(n, r, 2) \cdot lnt_2 + \dots + A(n, r, r) \cdot lnt_r \\ \hat{\delta}_{BLIE} = C(n, r, 1) \cdot lnt_1 + C(n, r, 2) \cdot lnt_2 + \dots + C(n, r, r) \cdot lnt_r \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{\beta}_{BLIE} = \frac{1}{\hat{\delta}_{BLIE}} \\ \hat{\eta}_{BLIE} = e^{\hat{\gamma}_{BLIE}} \end{cases}$$

De asemenea, metoda utilizează proprietatea estimatorilor liniari de tip BLIE:

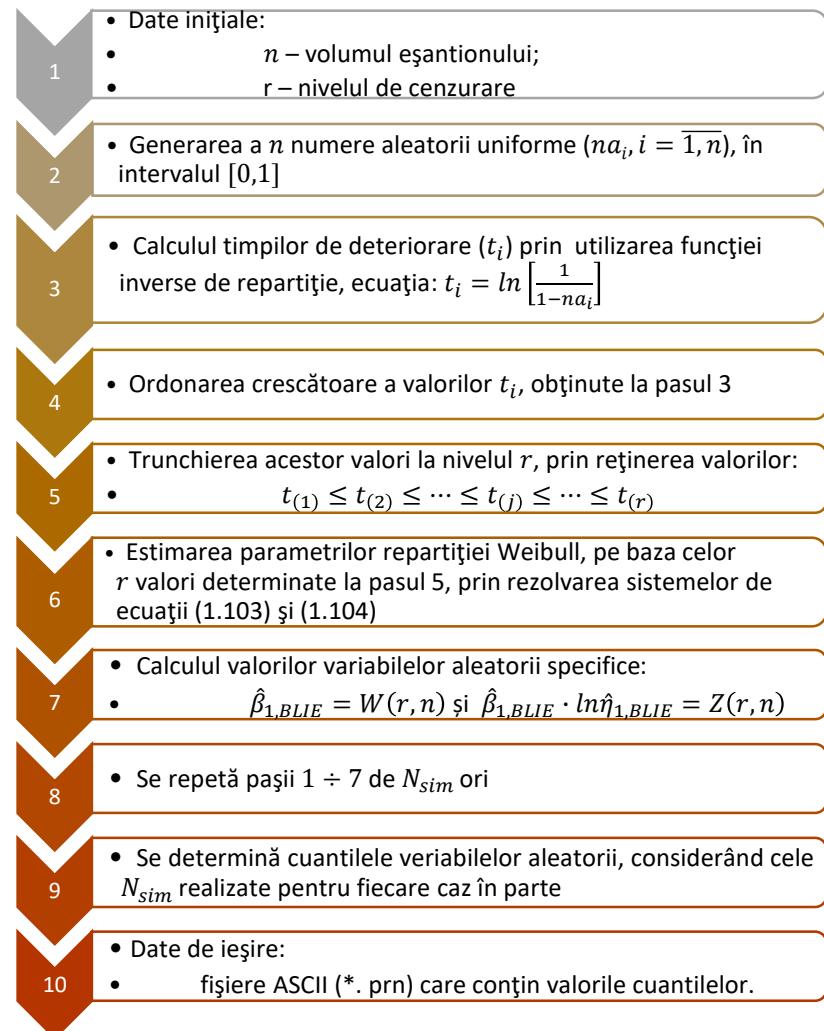
$$\beta / \hat{\beta}_{BLIE} = W(r, n).$$

Din relația de definiție a lui  $W(r, n)$ , se obține seria statistică:

$$W_{(1)}(r_a, n_a) \cdot \hat{\beta}_{BLIE} \leq W_{(2)}(r_a, n_a) \cdot \hat{\beta}_{BLIE} \leq \dots \leq W_{(N_{sim})}(r_a, n_a) \cdot \hat{\beta}_{BLIE},$$

Cu valorile astfel determinate se pot estima parametrii repartiției apriorice (1.103), utilizând algoritmul de determinare al unei repartiții empirice:

$$\begin{cases} \beta_i = y'_i \\ p_i = f_i \end{cases}$$



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

### 1.2 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Weibull

#### 1.2.4 Metode bayesiene de estimare parametrică

##### Estimarea parametrilor $\alpha_i$ și $q_i$

Fie  $T$  o variabilă aleatorie Weibull biparametric repartizată.

$$X = T^{\beta_i} \Rightarrow f(x) = \lambda_i \cdot e^{-\lambda_i \cdot x}$$

Estimația de verosimilitate maximă a parametrului  $\lambda_i$ :

$$\hat{\lambda}_i = r_a \cdot \left[ \sum_{j=1}^{r_a} x_j + (n_a - r_a) \cdot x_r \right]^{-1}$$

are proprietatea:

$$\frac{2 \cdot r \cdot \lambda_i}{\hat{\lambda}_i} \propto \chi^2(x, 2 \cdot r)$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2^{v/2} \cdot \Gamma(v/2)} \cdot x^{v/2-1} \cdot e^{-x/2}$$

$$Y = \sigma^2 \cdot X$$

$$\Rightarrow F(y) = \int_0^{\frac{y}{\sigma^2}} \frac{1}{(2 \cdot \sigma^2)^{v/2} \cdot \Gamma(v/2)} \cdot y^{v/2-1} \cdot e^{-\frac{y}{2 \cdot \sigma^2}} \cdot dy$$

$$\sigma^2 = \hat{\lambda}_i / 2 \cdot r$$

$$\Rightarrow f(\lambda_i) = \frac{1}{\left(\frac{\hat{\lambda}_i}{r}\right)^r \cdot \Gamma(r)} \cdot \lambda_i^{r-1} \cdot \exp(-r \cdot \lambda_i / \hat{\lambda}_i)$$

$$\begin{cases} q_i = r \\ \alpha_i = \frac{r}{\hat{\lambda}_i} = r \cdot \hat{\eta}_{a_i}^{\beta_i} \end{cases}$$

##### Rezultate numerice simulate

Încercare $n/r$	Estimator	$\bar{\theta}$	$\theta_{min}$	$\theta_{max}$	$R_\theta$	$s_\theta^2$
5/5	<i>BLIE</i>	$\beta$	1.422	0.460	6.915	6.455
		$\eta$	1.173	0.181	3.802	3.620
	$\mathfrak{B}$	$\beta$	1.339	1.178	3.758	2.582
		$\eta$	0.995	0.538	2.139	1.600
10/5	<i>BLIE</i>	$\beta$	1.556	0.376	8.431	8.054
		$\eta$	1.160	0.209	7.823	7.614
	$\mathfrak{B}$	$\beta$	1.370	0.831	3.695	2.864
		$\eta$	0.998	0.613	1.836	1.223
10/10	<i>BLIE</i>	$\beta$	1.178	0.488	5.419	4.930
		$\eta$	1.098	0.270	2.496	2.225
	$\mathfrak{B}$	$\beta$	1.304	0.954	2.297	1.342
		$\eta$	1.196	0.761	1.801	1.039
20/5	<i>BLIE</i>	$\beta$	1.654	0.390	9.856	9.465
		$\eta$	1.028	0.056	11.650	11.595
	$\mathfrak{B}$	$\beta$	1.711	1.587	5.514	3.926
		$\eta$	0.562	0.365	1.467	1.102
20/10	<i>BLIE</i>	$\beta$	1.216	0.451	3.872	3.421
		$\eta$	1.049	0.250	3.502	3.252
	$\mathfrak{B}$	$\beta$	1.352	0.653	2.109	1.617
		$\eta$	0.957	0.669	1.728	0.977
20/20	<i>BLIE</i>	$\beta$	1.081	0.586	1.919	1.332
		$\eta$	1.051	0.522	1.946	1.424
	$\mathfrak{B}$	$\beta$	1.089	0.839	1.447	0.608
		$\eta$	0.847	0.592	1.234	0.641
□						

## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

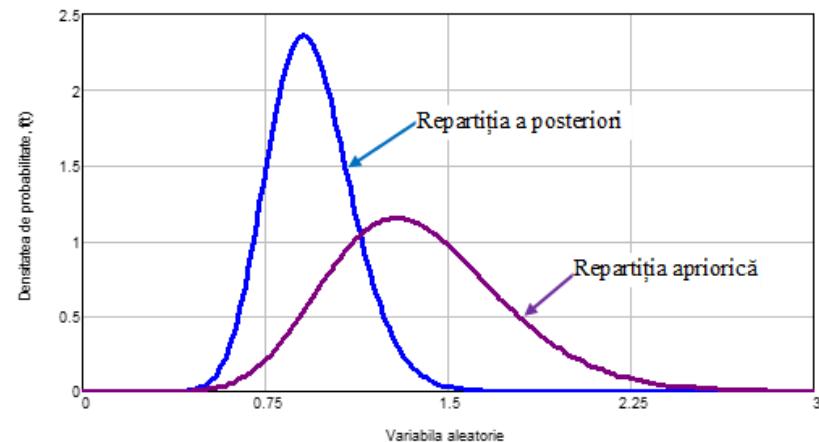
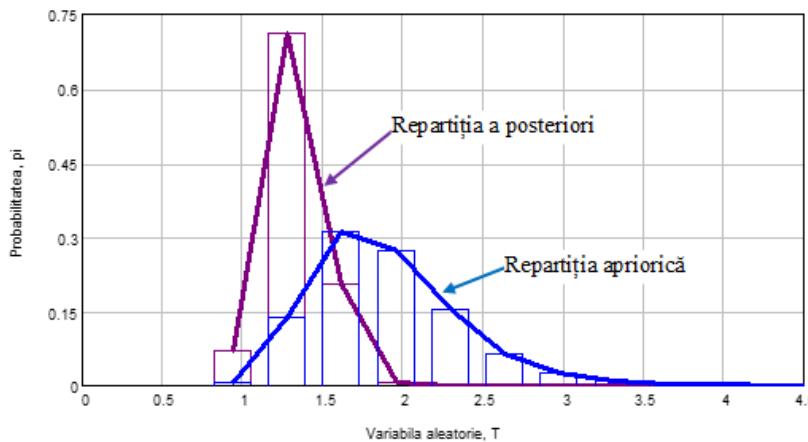
### 1.2 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Weibull

#### 1.2.4 Metode bayesiene de estimare parametrică

Rezultatele prezentate s-au obținut prin prelucrarea statistică a estimărilor bayesiene ( $\mathfrak{B}$ ) și BLIE calculate pentru  $N_{sim} = 1000$  de eșantioane ( $n = r = 5; 10; 20$ ), aparținând unei populații Weibull cu parametri  $\beta = \eta = 1$ . Pentru a evidenția proprietățile estimatorilor analizați s-au calculat: amplitudinea ( $R_\theta$ ), media aritmetică ( $\bar{\theta}$ ), valoarea minimă ( $\theta_{min}$ ) și valoarea maximă ( $\theta_{max}$ ) precum și dispersia ( $s_\theta^2$ ) estimatorilor.

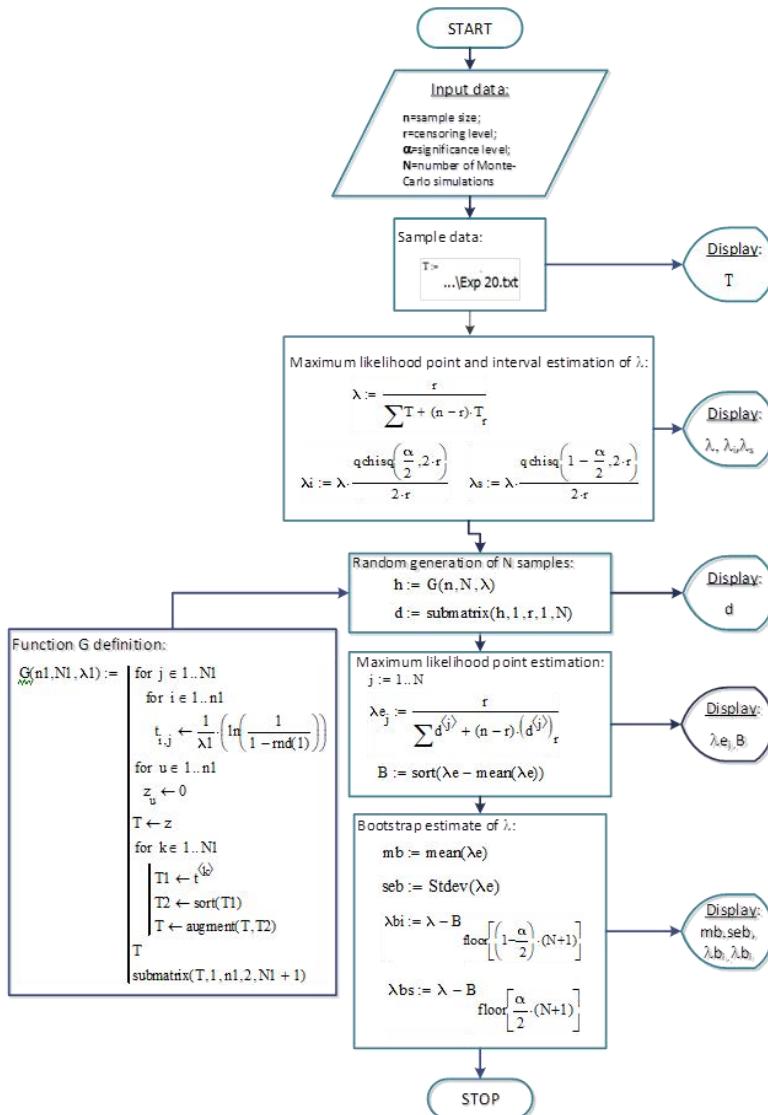
### Concluzii:

- Împrăștierea estimatorilor bayesieni ( $R_\theta$  și  $s_\theta^2$ ) este substanțial mai mică decât cea a estimatorilor liniari BLIE. Această concluzie este susținută și de figurile 1.22 și 1.23, în care sunt reprezentate alurile repartițiilor apriorice și a posteriori, ale celor doi parametri,  $\beta$  și  $\eta$  în cazul  $n = 20$  și  $r = 15$ .
- Valoarea parametrului de poziționare a estimărilor ( $\bar{\theta}$ ), aproximativ egală în cele două cazuri analizate, indică faptul că deplasarea inițială introdusă de estimatorii liniari se conservă în timpul operației de estimare bayesiană.



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

### 1.3 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției exponențiale



### Metoda estimatorilor de tip bootstrap

$$x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n,$$

$$\mathcal{L}(x_i, \lambda) = \prod_{i=1}^r f(x_i) \cdot [1 - F(t_r)]^{n-r} = \lambda^r \cdot e^{-\lambda \cdot [\sum_{i=1}^n x_i + (n-r) \cdot t_r]}$$

$$\hat{\lambda} = \frac{r}{\sum_{i=1}^r x_i + (n-r) \cdot t_r} \Rightarrow$$

$$\frac{2 \cdot r \cdot \hat{\lambda}}{\chi_{\frac{\alpha}{2}, 2 \cdot r}^2} \leq \lambda \leq \frac{2 \cdot r \cdot \hat{\lambda}}{\chi_{1 - \frac{\alpha}{2}, 2 \cdot r}^2}$$

$$\begin{cases} x_{1,1}, x_{2,1}, \dots, x_{i,1}, \dots, x_{n,1} \\ x_{1,2}, x_{2,2}, \dots, x_{i,2}, \dots, x_{n,2} \\ \vdots \\ x_{1,N}, x_{2,N}, \dots, x_{i,N}, \dots, x_{n,N} \end{cases}$$

$$\hat{\theta}_1^*, \hat{\theta}_2^*, \dots, \hat{\theta}_i^*, \dots, \hat{\theta}_N^* \Rightarrow$$

$$\theta = \bar{\theta}^* = \frac{\sum_{i=1}^N \hat{\theta}_i^*}{N}$$

$$\hat{\lambda}_L^* = \hat{\theta} - [\hat{\theta} - \theta]_{1 - \frac{\alpha}{2}}$$

$$\hat{\lambda}_U^* = \hat{\theta} - [\hat{\theta} - \theta]_{\frac{\alpha}{2}}$$



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

### 1.3 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției exponentiale

Eșantionul nr. 1,  $n = 10$ :

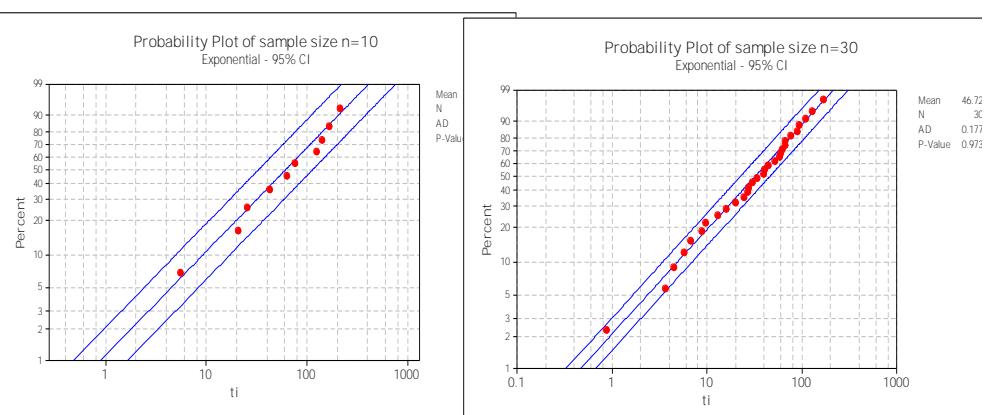
5.6, 21.0, 25.5, 43.2, 64.0, 76.0, 125.5, 141.7, 166.7, 214.8

Eșantionul nr. 2,  $n = 20$ :

5.2, 8.1, 24.3, 44.0, 44.5, 71.2, 115.9, 121.7, 129.5, 139.0, 189.8, 235.5, 243.8, 254.6, 270.6, 322.2, 339.0, 417.9, 496.5, 531.3

Eșantionul nr. 3,  $n = 30$ :

0.9, 3.7, 4.6, 5.9, 6.8, 9.0, 9.9, 13.0, 16.1, 20.1, 24.9, 27.0, 27.7, 30.2, 34.2, 39.5, 41.0, 45.2, 51.8, 58.8, 60.1, 63.1, 66.9, 66.9, 76.9, 91.3, 93.7, 109.6, 131.3, 171.9



Rezultatele comparative obținute pe baza celor trei eșantioane, cu diferite niveluri de cenzurare, sunt prezentate în tabelul 1.13. S-au folosit estimatorii de verosimilitate maximă și cei de tip bootstrap, calculați pe baza a  $N = 10000$  de simulări. Nivelul de încredere a fost stabilit la valoarea  $1 - \alpha = 0.90$ .

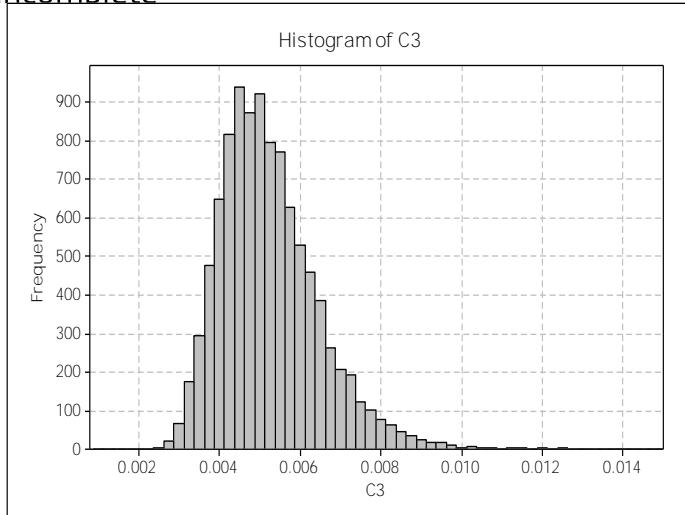
Planul de testare	Estimator punctual de verosimilitate maximă, $\hat{\lambda}$	Maximum likelihood $(1 - \alpha)$ confidence interval			Bootstrap $(1 - \alpha)$ confidence interval		
		$\hat{\lambda}_L$	$\hat{\lambda}_U$	$R_{\hat{\lambda}}$	$\hat{\lambda}_L^*$	$\hat{\lambda}_U^*$	$R_{\hat{\lambda}^*}$
<b>Eșantionul nr. 1, <math>n = 10</math></b>							
$r = 5$	0.01043	0.00411	0.01910	0.01499	0.00000	0.01775	0.01775
$r = 10$	0.01131	0.00614	0.01777	0.01163	0.00304	0.01667	0.01363
<b>Eșantionul nr. 2, <math>n = 20</math></b>							
$r = 5$	0.00630	0.00248	0.01153	0.00905	0.00000	0.01074	0.01074
$r = 10$	0.00478	0.00259	0.00750	0.00491	0.00131	0.00704	0.00573
$r = 15$	0.00461	0.00284	0.00673	0.00389	0.00204	0.00639	0.00435
$r = 20$	0.00499	0.00331	0.00696	0.00365	0.00276	0.00665	0.00389
<b>Eșantionul nr. 3, <math>n = 30</math></b>							
$r = 5$	0.02606	0.01027	0.04770	0.03743	0.00000	0.04471	0.04471
$r = 10$	0.02033	0.01103	0.03192	0.02089	0.00542	0.03006	0.02465
$r = 15$	0.02008	0.01238	0.02930	0.01692	0.00908	0.02784	0.01875
$r = 20$	0.01890	0.01252	0.02634	0.01382	0.01032	0.02521	0.01489
$r = 25$	0.02103	0.01462	0.02839	0.01377	0.01265	0.02735	0.01470
$r = 30$	0.02140	0.01540	0.02820	0.01280	0.01379	0.02717	0.01338

## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

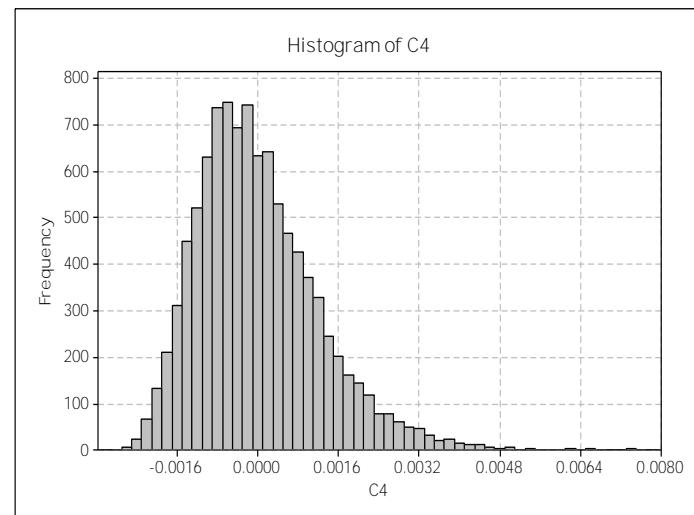
### 1.3 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției exponențiale

Analiza rezultatelor obținute permit formularea următoarelor concluzii:

- metoda estimatorilor de tip bootstrap conduce la rezultate asemănătoare cu estimațiile de verosimilitate maximă la eșantioane complete și foarte slab cenzurate, sau pentru situațiile în care estimațiile  $\hat{\theta}^*$  nu sunt deplasate.
- în celelalte cazuri, intervalul de încredere obținut pe baza estimațiilor de tip bootstrap are o amplitudine un pic mai mare deoarece estimațiile de verosimilitate maximă sunt asymptotic nedeplasate. Acest aspect rezultă din histogramele prezentate în figurile 1.27 și 1.28, traseate în cazul  $n = r = 20$  și respectiv  $n = 20$  și  $r = 5$ .
- tehnica de estimare bazată pe metoda bootstrap poate fi aplicată cu succes și în cazurile eșantioanelor incomplete



Histograma estimațiilor  $\hat{\theta}_i^*$



Histograma estimațiilor  $\hat{\theta}_i^* - \bar{\theta}^*$



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

### 1.4 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Rayleigh

O variabilă aleatorie continuă,  $T$ , este Rayleigh repartizată cu parametrul  $\eta$ , dacă funcția densitate de probabilitatea este de forma:

$$f(t) = \frac{t}{\eta^2} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{t}{\eta}\right)^2}, \eta > 0, T > 0$$

Modelarea repartiției erorilor radiale, atunci când erorile pe două axe, reciproc perpendiculare, sunt independente și normal repartizate cu media zero și dispersiile egale.

Fie  $Y_1$  și  $Y_2$ , două variabile aleatorii independente, normal repartizate,  $Y_{1,2} \sim N(y, 0, \sigma)$ , fiecare având media  $\mu = 0$  și disperziile egale,  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ . Atunci variabila aleatorie  $X$ :

$$X = \sqrt{Y_1^2 + Y_2^2} \quad \text{este Rayleigh repartizată}$$

Funcția de verosimilitate:  $\mathcal{L}(x_i, \eta) = \frac{n!}{(n-r)!} \cdot \eta^{-2 \cdot r} \cdot \left( \prod_{i=1}^r x_i \right) \cdot e^{-\frac{1}{2 \cdot \eta^2} [\sum_{i=1}^r x_i^2 + (n-r) \cdot x_r^2]}$

Estimația punctuală de verosimilitate maximă:  $\hat{\eta} = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot n, r} \cdot \mathcal{T}_{\Sigma}^2}$  în care  $\mathcal{T}_{\Sigma}^2 = \sum_{i=1}^r x_i^2 + (n-r) \cdot x_{r,c}^2$

Matricea *informației observate*:  $\mathbf{I}_0(\hat{\theta}) = \|I_{i,j}(\hat{\theta})\|, i, j = \overline{1, q}, I_{i,j}(\hat{\theta}) = E \left[ -\frac{\partial^2 \log \mathcal{L}(x, \hat{\theta}_j)}{\partial \theta_i \cdot \partial \theta_j} \right]_{\theta_j=\hat{\theta}_j}$

$$\frac{\hat{\theta}_i - \theta_i}{\{[\mathbf{I}_0(\hat{\theta})]_{i,i}^{-1}\}^{1/2}} \propto \mathcal{N}(z, 0, 1)$$



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

### 1.4 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Rayleigh

Dispersia estimăției de verosimilitate maximă,  $V(\hat{\eta})$ , a parametrului de scală:

$$V(\hat{\eta}) = \left[ -\frac{\partial^2 \ln \mathcal{L}(x_i, \eta)}{\partial \eta^2} \right]_{\eta=\hat{\eta}}^{-1} = \left[ \frac{1}{\hat{\eta}^2} \cdot \left( \frac{3}{\hat{\eta}^2} \cdot T_{\Sigma}^2 - 2 \cdot r \right) \right]^{-1}$$

Metoda Delta: dacă avem o funcție:

$$\hat{\Phi} = g(\hat{\theta}),$$

având ca argument valoarea estimăției de verosimilitate maximă a parametrului repartiției, abaterea medie pătratică,  $\sigma_{\hat{\Phi}} = \sqrt{V(\hat{\Phi})}$ , se determină cu ecuația:

$$\sigma_{\hat{\Phi}} = \left| \frac{dg(\hat{\theta})}{d\hat{\theta}} \right| \cdot \sqrt{V(\hat{\theta})},$$

Intervalul de încredere, al funcției,  $g(\hat{\theta})$ , rezultă de forma:

$$\hat{\Phi} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_{\hat{\Phi}} \leq \Phi \leq \hat{\Phi} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma_{\hat{\Phi}}.$$

Exemplu numeric: considerăm un eșantion de volum  $n = 20$ , cenzurat la nivelul  $r = 15$  și

$$T_{\Sigma}^2 = \left[ \sum_{i=1}^r x_i^2 + (20 - 15) \cdot x_c^2 \right] = 135.$$

Estimăția punctuală a parametrului de scală este:

$$\hat{\eta} = \left( \frac{1}{2 \cdot 15} \cdot 135 \right)^{\frac{1}{2}} = 2.121. \quad 1.670 \leq \eta \leq 2.572$$



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

### 1.4 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției Rayleigh

Considerând un nivel de încredere  $1 - \alpha = 0.90$ , cuantilele repartiției normale normate au valorile  $z_{0.95} = -z_{0.05} = 1.645$

- Media repartiției:  $\hat{\mu} = \left( \frac{\pi \cdot \hat{\eta}^2}{2} \right)^{1/2} = 1.253 \cdot \hat{\eta}$   $\sigma_{\hat{\mu}} = \frac{1.253 \cdot \hat{\eta}}{\sqrt{\frac{1}{\hat{\eta}^2} \cdot \left( \frac{3}{\hat{\eta}^2} \cdot \mathcal{T}_{\Sigma}^2 - 2 \cdot r \right)}}$   $2.093 \leq \mu \leq 3.222$
- Cuantila  $p$ :  $x_p = \hat{\eta} \cdot \left( 2 \cdot \ln \frac{1}{1-p} \right)^{1/2}$   $\sigma_{\hat{x}_p} = \hat{\eta} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \ln \frac{1}{1-p}}{\frac{1}{\hat{\eta}^2} \cdot \left( \frac{3}{\hat{\eta}^2} \cdot \mathcal{T}_{\Sigma}^2 - 2 \cdot r \right)}}$   $1.891 \leq \hat{x}_{0.90} \leq 7.242$
- **$x_0 = 1.0$**
- Funcția de fiabilitate,  $R_0$ :  $\hat{R}_0 = e^{-\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{x_0}{\hat{\eta}} \right)^2}$   $\sigma_{\hat{R}_0} = \frac{x_0}{\hat{\eta}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{x_0}{\hat{\eta}} \right)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\hat{\eta}^2} \cdot \left( \frac{3}{\hat{\eta}^2} \cdot \mathcal{T}_{\Sigma}^2 - 2 \cdot r \right)}}$   $0.805 \leq R_0 \leq 0.984$
- Funcția de nonfiabilitate,  $F_0$ :  $\hat{F}_0 = 1 - e^{-\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{x_0}{\hat{\eta}} \right)^2}$   $\sigma_{\hat{F}_0} = \frac{x_0}{\hat{\eta}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left( \frac{x_0}{\hat{\eta}} \right)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\hat{\eta}^2} \cdot \left( \frac{3}{\hat{\eta}^2} \cdot \mathcal{T}_{\Sigma}^2 - 2 \cdot r \right)}}$   $0.016 \leq F_0 \leq 0.195$

În concluzie, putem afirma că:

- metoda se poate utiliza cu succes doar în cazul eșantioanelor de volum mediu slab cenzurate și în cazul eșantioanelor de volum mare;
- în cazul eșantioanelor de volum redus sau puternic cenzurate și trunchiate, datorită simetriei, intervalele de încredere rezultă foarte largi.



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

### 1.5 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției lognormale

Metodă de calcul a duratei de testare a fiabilității produselor, prin utilizarea modelului repartiției lognormale, care permite estimarea duratei mediane a unui test cenzurat și/sau complet, precum și a intervalor de încredere pentru această durată

Dacă o variabilă aleatorie  $T$  este lognormal repartizată:

$$T \sim \mathcal{LN}(t, \mu, \sigma)$$

cu parametrii  $\mu$  și  $\sigma$ , atunci o nouă variabilă aleatorie  $Y$ , egală cu:  $Y = \ln T$ , va fi normal repartizată cu parametrii  $\mu$  și  $\sigma$ :

$$Y \sim \mathcal{N}(\ln t, \mu, \sigma)$$

Funcția inversă de repartiție a modelului statistic lognormal:  $F_{r/n} = e^{\mu + \sigma \cdot \Phi^{-1}[F_n(t_r)]}$ .

unde:  $\sum_{k=i}^n C_n^k \cdot F_n(x_{(i)})^k \cdot [1 - F_n(x_{(i)})]^{n-k} = 0.50$  sau  $F_n(x_{(i)}) = \frac{1}{1 + \frac{n-i+1}{i} \cdot F_{0.50, 2 \cdot (n-i+1), 2 \cdot j}}$

Intervalul de încredere al duratei de testare, rezultă prin utilizarea soluțiilor ecuațiilor:

$$\sum_{i=r}^n C_n^i \cdot F_L^i \cdot (1 - F_L)^{n-i} = \frac{\alpha}{2} \quad \text{și} \quad \sum_{i=r}^n C_n^i \cdot F_U^i \cdot (1 - F_U)^{n-i} = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

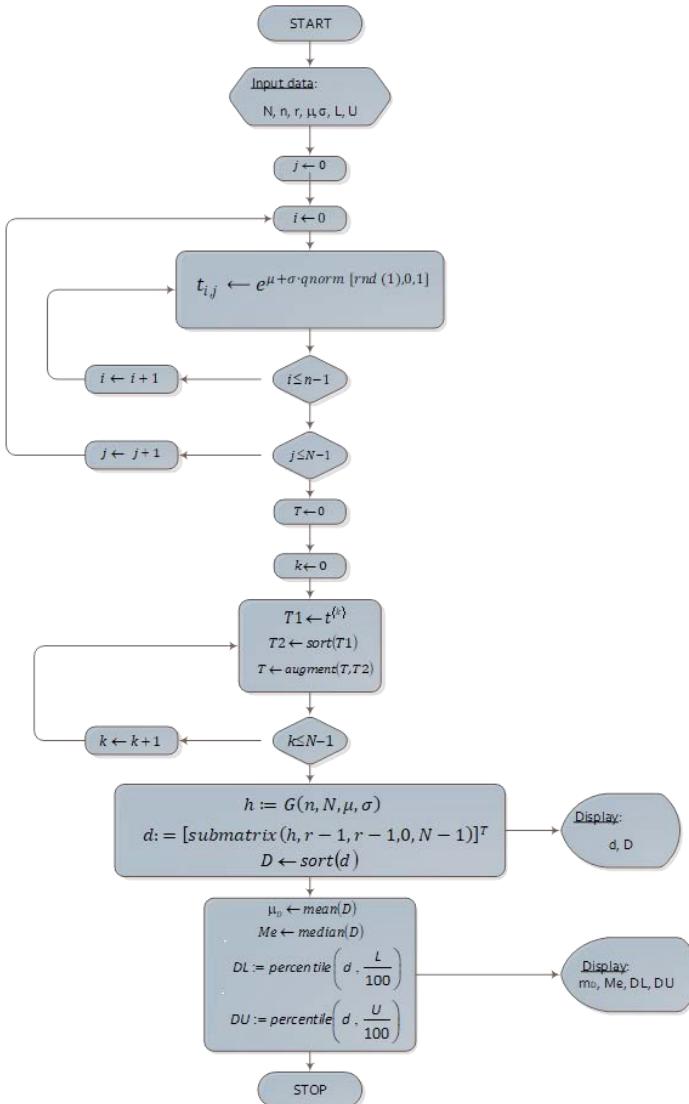
sau,

$$F_U = \frac{1}{1 + \frac{n-r+1}{r} \cdot \mathcal{F}_{1-\frac{\alpha}{2}, 2 \cdot (n-r+1), 2 \cdot r}} \quad \text{și} \quad F_L = \frac{1}{1 + \frac{n-r+1}{r} \cdot \mathcal{F}_{\frac{\alpha}{2}, 2 \cdot (n-r+1), 2 \cdot r}}$$



## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

### 1.5 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției lognormale



Planul de testare		Durata calculată a încercării de fiabilitate						Valori obținute prin simulare numerică			
		$T_{r/n}$		$T_L$		$T_U$		$T_{r/n}$	$T_L$	$T_U$	$\bar{T}_{r/n}$
$n$	$r$	ec. (1.16)	ec. (1.17)	ec. (1.196)	ec. (1.200)	ec. (1.197)	ec. (1.201)	-	-	-	-
$\mu = 1.0; \sigma = 1.0$											
10	5	2.41	2.41	1.27	1.27	4.55	4.55	2.42	1.27	4.56	2.60
10	10	12.17	12.17	5.19	5.19	35.44	35.44	12.10	5.21	35.56	15.26
20	5	1.30	1.30	0.77	0.77	2.12	2.12	1.29	0.77	2.12	1.35
20	10	2.56	2.56	1.62	1.62	4.03	4.03	2.56	1.62	4.05	2.66
20	15	4.89	4.89	3.04	3.04	8.02	8.02	4.90	3.03	8.07	5.14
20	20	16.85	16.85	8.04	8.04	44.67	44.67	17.00	8.09	45.15	20.56
30	5	0.98	0.98	0.61	0.61	1.52	1.52	0.98	0.61	1.51	1.01
30	10	1.70	1.70	1.14	1.14	2.49	2.49	1.70	1.15	2.49	1.74
30	15	2.61	2.61	1.79	1.79	3.79	3.79	2.60	1.80	3.77	2.67
30	20	3.98	3.98	2.72	2.72	5.86	5.86	3.98	2.72	5.83	4.09
30	25	6.62	6.62	4.35	4.35	10.33	10.33	6.60	4.38	10.34	6.88
30	30	20.05	20.05	10.08	10.08	50.78	50.78	20.15	10.15	51.00	24.07
$\mu = 1.0; \sigma = 2.0$											
10	5	2.13	2.13	0.59	0.59	7.60	7.60	2.11	0.57	7.46	2.84
10	10	54.46	54.46	9.91	9.91	462.09	462.09	54.36	10.01	483.86	140.77
20	5	0.62	0.62	0.22	0.22	1.65	1.65	0.62	0.22	1.64	0.74
20	10	2.40	2.40	0.96	0.96	5.97	5.97	2.42	0.97	5.94	2.81
20	15	8.78	8.78	3.40	3.40	23.68	23.68	8.78	3.39	23.64	10.55
20	20	104.41	104.41	23.78	23.78	733.94	733.94	104.65	23.75	748.59	224.26
30	5	0.35	0.35	0.14	0.14	0.85	0.85	0.35	0.14	0.83	0.40
30	10	1.06	1.06	0.48	0.48	2.28	2.28	1.06	0.49	2.28	1.18
30	15	2.50	2.50	1.18	1.18	5.28	5.28	2.50	1.19	5.29	2.77
30	20	5.82	5.82	2.73	2.73	12.64	12.64	5.81	2.74	12.64	6.51
30	25	16.10	16.10	6.97	6.97	39.28	39.28	16.06	6.89	39.13	18.63
30	30	147.92	147.92	37.37	37.37	948.67	948.67	146.97	37.27	959.88	298.02
$\mu = 2.0; \sigma = 3.0$											
10	5	5.13	5.13	0.75	0.75	34.56	34.56	5.18	0.74	34.68	10.05
10	10	662.69	662.69	51.45	51.45	16376.9	16376.9	674.59	51.56	16531.9	7392.50
20	5	0.80	0.80	0.17	0.17	3.48	3.48	0.79	0.17	3.48	1.18
20	10	6.14	6.14	1.56	1.56	24.07	24.07	6.16	1.54	23.82	8.64
20	15	42.91	42.91	10.33	10.33	189.99	189.99	43.31	10.27	187.28	64.78
20	20	1758.98	1758.98	191.14	191.14	32782.0	32782.0	1773.29	196.39	33197.5	10780.0
30	5	0.35	0.35	0.08	0.08	1.28	1.28	0.35	0.08	1.27	0.47
30	10	1.80	1.80	0.55	0.55	5.68	5.68	1.80	0.55	5.63	2.29
30	15	6.53	6.53	2.12	2.12	20.00	20.00	6.54	2.13	20.13	8.24
30	20	23.16	23.16	7.42	7.42	74.13	74.13	23.27	7.36	74.04	29.79
30	25	106.49	106.49	30.32	30.32	405.93	405.93	106.94	30.51	402.89	149.61
30	30	2966.13	2966.13	376.58	376.58	48175.1	48175.1	2951.49	382.10	46593.2	16122.8

## Capitolul 1. Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate

### 1.5 Cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate în cazul repartiției lognormale

$$N = 20000$$

$$1 - \alpha = 0.90$$

#### Concluzii:

- Modelul de calcul prezentat permite obținerea unor valori corecte, deoarece diferențele față de valorile simulate este foarte mică; Dacă numărul simulărilor ar crește diferențele rezultate ar fi nesemnificative;
- Relațiile aproximative utilizate, (1.17), (1.200) și (1.201) conduc la obținerea unor valori, care nu diferă față de valorile adevărate obținute prin intermediul ecuațiilor (1.189), (1.196) și (1.197);
- Pe baza rezultatelor prezentate se constată și importanțele economii de timp ce pot fi realizate prin utilizarea planurilor de testare cenzurate;
- Metoda de calcul prezentată se pretează foarte bine pentru cazul în care există informații apriorice privind valorile parametrilor repartiției statistice ce modelează fenomenele studiate.



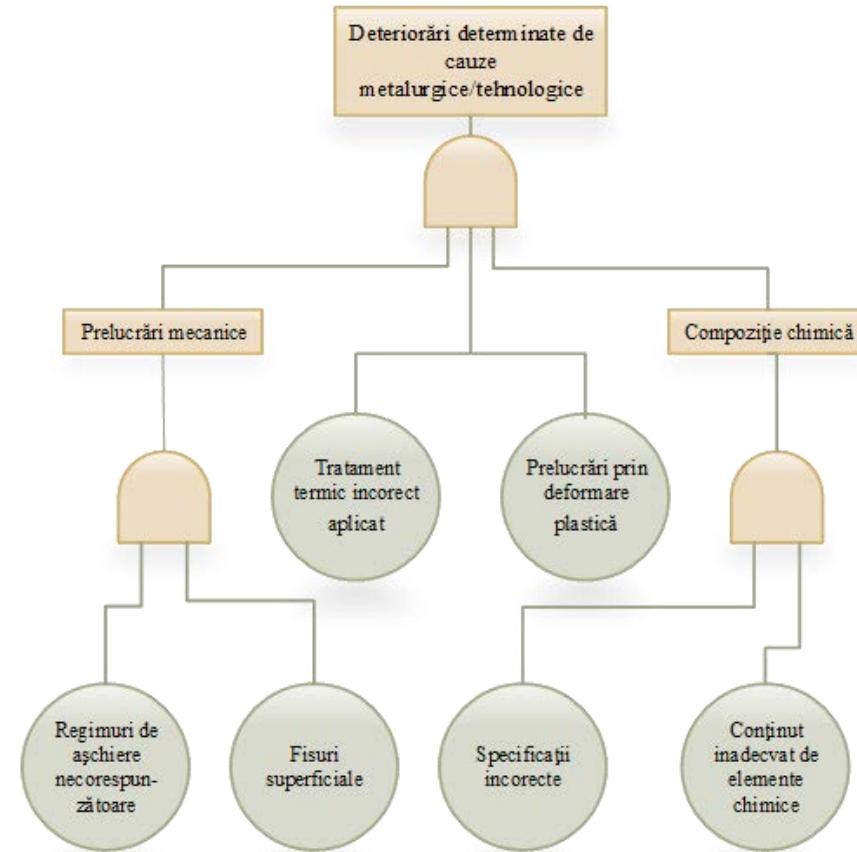
## Capitolul 2. Cercetări privind fiabilitatea produselor industriale

### 2.1 Fiabilitatea previzională a rulmenților

Evaluarea fiabilității previzionale a rulmenților se efectuează, în general, ca etapă initială de calcul al fiabilității elementelor componente ale unui sistem mecanic complex

#### Factorii care determină apariția, tipul și evoluția fenomenelor de deteriorare în rulmenți

<b>Factori constructivi</b> (geometrie internă și dimensiuni)	<b>Factori de material</b> (omogenitate, structură, compoziție)	<b>Factori tehnologici</b> (operații și regimuri tehnologice)	<b>Factori de exploatare</b> (sarcină, turăție, temperatură, contaminare sau îmbătrânirea lubrifiantului, umiditate, etanșare etc.)	<b>Factori de montaj</b> (ajustaje și metode de montaj)
--	--	--	--	--



## Capitolul 2. Cercetări privind fiabilitatea produselor industriale

### 2.1 Fiabilitatea previzională a rulmenților

Modelul de evaluare a fiabilității previzionale a rulmenților, ce va fi descris în continuare, are la bază următoarele ipoteze:

1. Evaluarea fiabilității previzionale a rulmenților se realizează pentru perioada operațională normală a produselor, perioadă caracterizată printr-o rată de defectare constantă.
2. Modelul statistic utilizat pentru caracterizarea fiecărui tip distinct de deteriorare, ce poate deveni efectiv în timpul funcționării rulmenților, este repartitia exponențială.
3. Sistemul de fiabilitate al unui rulment, obținut prin considerarea tuturor mecanismelor de deteriorare tipologic distincte ce pot deveni efective ca urmare a unor condiții concrete de funcționare este un sistem serie. Acest lucru rezultă din analiza arborelui de defectare specific cazului unui rulment.
4. Pentru simplificarea calculului, interdependențele, combinațiile și suprapunerile de efecte ce pot apărea în cazul diferitelor tipologii de deteriorare se neglijeză.

Fiabilitatea rulmentului:  $R_C(t) = R_1(t) \cdot \dots \cdot R_m(t) = \prod_{i=1}^m R_i(t) \Rightarrow R_C(t) = e^{-\lambda_C t} = e^{-\sum_{i=1}^m \lambda_{ci} t}$

$\lambda_C$  – reprezintă valoarea efectivă a ratei de defectare;

$\lambda_{ci}$  – reprezintă valoarea ratei de defectare pentru fiecare tip de deteriorare considerat.

Pentru valorile uzuale ale parametrului de formă ( $\beta = 10/9$  la rulmenți cu bile și  $\beta = 9/8$  pentru rulmenți cu role) funcția de fiabilitate a rulmenților se poate scrie:

$$R_{OC}(L) = e^{\ln(0.9) \cdot \left(\frac{L}{L_{10}}\right)^{1.1}} \approx e^{-\lambda_{OC} \cdot L}$$

$$\lambda_{OC} = -\frac{\ln(0.9)}{L_{10}} = \lambda_{OC}$$



## Capitolul 2. Cercetări privind fiabilitatea produselor industriale

### 2.1 Fiabilitatea previzională a rulmenților

#### Studiu de caz

Calcul al fiabilității previzionale, pentru un rulment radial cu bile tip 6307 utilizat la lăgăruirea unui arbore din construcția echipamentului de material rulant. Acest tip de rulment a fost ales din condiția unei durabilități impuse:  $L_h = 50\,000$  ore.

$$z_{OC} = \lambda_{OC} = -\frac{\ln(0.9)}{50000} = 2.107 \cdot 10^{-6} \text{ defectări/oră}$$

Informațiile de natură cantitativă privind restul mecanismelor de deteriorare ce pot apărea ca urmare a condițiilor concrete în care funcționează rulmenții pentru material rulant au fost preluate din [GAF 85]. Principalele deteriorări întâlnite sunt:

▪ Ciupire (PITTING):	7.01 %	▪ Fisuri, ruperi:	1.25 %
▪ Uzură abrazivă:	12.06 %	▪ Curent electric:	57.75 %
▪ Amprente:	2.09 %	▪ Alte deteriorări:	5.47 %
▪ Coroziune:	14.38 %		

Valorile ratelor de deteriorare ( $\lambda_{ci}, i = \overline{1, m-1}$ ) se pot determina pornind de la rata de defectare ( $\lambda_{OC}$ ), calculată anterior din condiția oboselii de contact, știind că aceasta are o pondere de 7.01 % din totalul defectărilor. Rezultă:

Mecanismul de deteriorare:	Rata de defectare, $\lambda_{ci}$ , [ $10^{-6}$ defectări/oră]	Mecanismul de deteriorare:	Rata de defectare, $\lambda_{ci}$ , [ $10^{-6}$ defectări/oră]
▪ Uzură abrazivă:	3.625	▪ Fisuri, ruperi:	0.373
▪ Amprente:	0.628	▪ Curent electric:	17.360
▪ Coroziune:	4.323	▪ Alte deteriorări:	1.644



## Capitolul 2. Cercetări privind fiabilitatea produselor industriale

### 2.1 Fiabilitatea previzională a rulmenților

Fiabilitatea rulmenților datorată degradărilor cumulative, pentru cazul analizat:

$$R_C(t) = e^{-30.06 \cdot 10^{-6} \cdot t}.$$

Fiabilitatea previzională a rulmenților rezultă și prin considerarea fiabilității cauzată de defectările accidentale [POP 76]:

$$\lambda_{Ac} = 100 \cdot 10^{-6} \text{ defectări/oră}.$$

Expresia fiabilității previzionale a rulmentului considerat, este:

$$R(t) = e^{130.06 \cdot 10^{-6} \cdot t}.$$

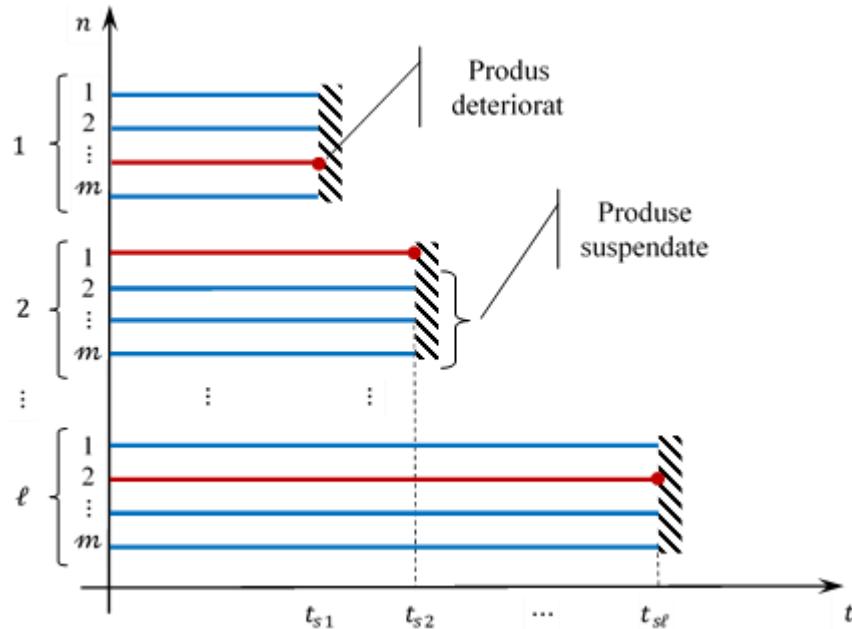
### Concluzii:

- algoritmul elaborat pentru aprecierea fiabilității previzionale a rulmenților permite considerarea globală a tuturor posibilităților de deteriorare ce pot deveni efective în cazul unei aplicații concrete;
- pentru evaluarea fiabilității previzionale a rulmenților, ca elemente componente ale unui sistem mecanic complex, acest model consideră inclusiv variabilitatea specifică condițiilor de funcționare din perioada operațională normală;
- metoda de calcul propusă permite, de asemenea, aprecierea durabilității globale a unui ansamblu prin considerarea contribuției tuturor rulmenților la deteriorarea sistemului;
- acest model poate constitui un instrument foarte util de calcul și analiză a fiabilității unui sistem mecanic, mai ales în faza de proiect tehnic.



## Capitolul 2. Cercetări privind fiabilitatea produselor industriale

### 2.2. Determinarea indicatorilor de fiabilitate ai rulmenților utilizând date experimentale obținute prin încercări efectuate prin metoda liniei defectelor primare



Între parametrii populației și cei ai liniei defectelor primare există relațiile:

$$\begin{cases} \beta_s = \beta \\ \eta_s = m^{-\frac{1}{\beta}} \cdot \eta \\ t_{sp} = m^{-\frac{1}{\beta}} \cdot t_p \end{cases}$$

În cazul estimatorilor de verosimilitate maximă:

$$\begin{cases} \frac{1}{\hat{\beta}_s} + \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{\ell} \ln x_i - \frac{\sum_{i=1}^{\ell} x_i^{\hat{\beta}_s} \cdot \ln x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^{\hat{\beta}_s}} = 0 \\ \hat{\eta}_s^{\hat{\beta}_s} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{\ell} x_i^{\hat{\beta}_s} \end{cases} .$$

aplicați timpilor de deteriorare obținuți prin metoda liniei defectelor primare, se pot stabili următoarele variabile aleatorii, independente de parametrii populației:

$$\begin{cases} \frac{\hat{\beta}_s}{\beta} = v(\ell, \ell) \\ \hat{\beta}_s \cdot \ln \left( \frac{\hat{\eta}}{\eta} \right) = s(\ell, m) \\ \hat{\beta}_s \cdot \ln \left( \frac{\hat{t}_{0.10}}{t_{0.10}} \right) = q(\ell, m, 0.10) \end{cases}$$



## Capitolul 2. Cercetări privind fiabilitatea produselor industriale

### 2.2. Determinarea indicatorilor de fiabilitate ai rulmenților utilizând date experimentale obținute prin încercări efectuate prin metoda liniei defectelor primare

- 1 • Date inițiale:  
 $n$  – volumul eșantionului;  
 $\ell$  – numărul de grupe în care se subdivide eșantionul  
 $m = n/\ell$  – efectivul fiecărei grupe
- 2 • Generarea a  $n$  numere aleatorii uniforme ( $nai, i = \overline{1, n}$ ), în intervalul [0,1]
- 3 • Calculul timpilor de deteriorare ( $t_i$ ) prin utilizarea funcției inverse de repartiție, ecuația:  $t_i = \ln \left[ \frac{1}{1-nai} \right]$
- 4 • Împărțirea aleatorie, a celor  $n$  valori calculate la pasul 3, în  $\ell$  grupe, fiecare conținând  $m$  tempi de deteriorare.
- 5 • Obținerea celor  $\ell$  tempi de deteriorare corespunzători liniei defectelor primare din condiția de minim a celor  $m$  dure, corespunzătoare fiecărei grupe
- 6 • Estimarea parametrilor repartiției Weibull, pe baza celor  $\ell$  valori determinate la pasul 5
- 7 • Obținerea estimărilor de verosimilitate maximă ( $\hat{\beta}_S$  și  $\hat{\eta}_S$ ) prin rezolvarea numerică iterativă a sistemului de ecuații (2.15) și utilizarea relațiilor (2.10);
- 8 • Calculul valorilor variabilelor aleatorii specifice:  
 $\hat{\beta}_{1,S} = w(\ell, \ell)$ ,  $\hat{\beta}_{1,S} \cdot \ln \hat{\eta}_{1,S} = s(\ell, m)$   
 $\hat{\beta}_{1,S} \cdot \ln \hat{t}_{0.10} = q(\ell, m, 0.10)$ ,  $\hat{\beta}_{1,S} \cdot \ln \hat{t}_{0.50} = q(\ell, m, 0.50)$
- 9 • Se repetă pașii 1 ÷ 8 de  $N_{sim}$  ori
- 10 • Se determină cantilele variabilelor aleatorii, considerând cele  $N_{sim}$  realizate pentru fiecare caz în parte
- 11 • Date de ieșire:  
fișiere ASCII (\*.prn) care conțin valorile cantilelor.

Teză de abilitare: Cercetări privind fiabilitatea produselor industriale  
Autor: conf.dr.ing. MORARIU Cristin-Olimpiu

### Studiu de caz

În urma testării pe stand a unui lot de  $n = 20$  de rulmenți radial-axiali cu role conice tip LM11949/LM11910, grupați aleatoriu cu  $\ell = 5$  and  $m = 4$  și solicitați cu o forță axială,  $Pa = 450$  [daN] la o turatie de 4000 [rpm] s-au obținut următoarele valori experimentale:

102, 138, 193, 267, 319,

$$\hat{\gamma} = 63.759 [h]$$

Parametrii repartiției Weibull	Valorile estimate ale indicatorilor de fiabilitate					
Parametrul de formă, $\beta$	$\hat{\beta}_S$	$\hat{\beta}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\beta}_{Me}$	$\hat{\beta}_L$	$\hat{\beta}_U$
	1.817	1.817	1.255	1.463	0.516	2.942
Parametrul de scală, $\eta$	$\hat{\eta}_S$	$\hat{\eta}$	$\hat{\eta}$	$\hat{\eta}_{Me}$	$\hat{\eta}_L$	$\hat{\eta}_U$
	157.909	338.568	494.026	409.967	232.502	3504.769
Durabilitate nominală, $t_{0.10}$	$\hat{t}_{0.10,S}$	$\hat{t}_{0.10}$	$\hat{t}_{0.10}$	$\hat{t}_{0.10,Me}$	$\hat{t}_{0.10,L}$	$\hat{t}_{0.10,U}$
	109.543	161.922	135.165	150.655	30.437	304.683

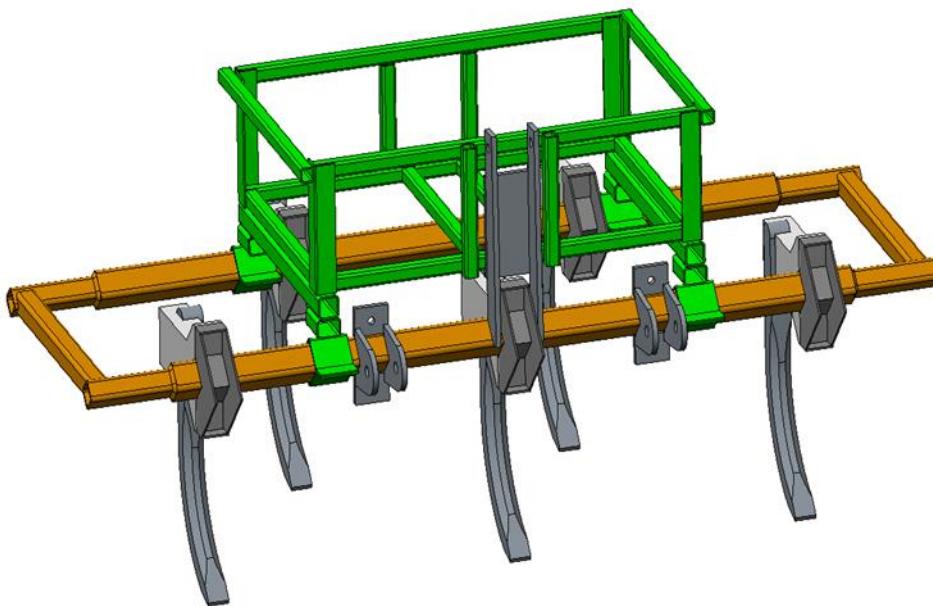
Încercările efectuate prin metoda liniei defectelor primare oferă condiții mult mai avantajoase, din punctul de vedere al operațiilor de montare-remontare a rulmenților pe standul de încercări, al numărului de rulmenți care funcționează pe stand în timpul încercării, prin eliminarea rulmenților ajutători și obținerea unor dispersii mult mai mici pentru estimatorii liniei defectelor primare, comparativ cu încercările convenționale.

## Capitolul 2. Cercetări privind fiabilitatea produselor industriale

### 2.3 Analiza fiabilității scarificatorului tractat

Teză de abilitare: Cercetări privind fiabilitatea produselor industriale  
Autor: conf.dr.ing. MORARIU Cristin-Olimpiu

Un scarificator este un utilaj de dislocare a pământului, a bolovanilor și rădăcinilor, a straturilor dure de materiale fixate în sol, sau pentru dislocarea materialul compactat, asfaltului și substratului stâncos pentru a facilita decopertarea terenurilor, a rocilor relativ slabe (care nu pot fi desfăcute direct cu alte echipamente, cupe sau lame).

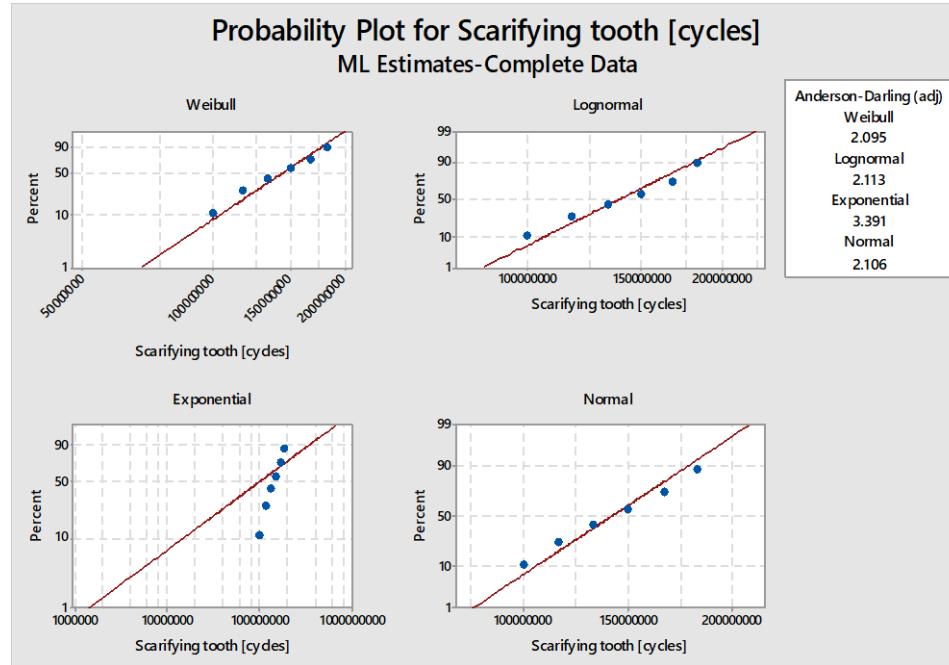


*Tabelul 2.3 Durabilitatea obținută în condiții reale de funcționare a dintilor de scarificat [MCO 17a]*

Dinte de scarificat	
Dintele nr.:	Durabilitatea [cicluri], $y_i, i = 1, n$
1	$1.000 \cdot 10^8$
2	$1.170 \cdot 10^8$
3	$1.330 \cdot 10^8$
4	$1.500 \cdot 10^8$
5	$1.670 \cdot 10^8$
6	$1.830 \cdot 10^8$

## Capitolul 2. Cercetări privind fiabilitatea produselor industriale

### 2.3 Analiza fiabilității scarificatorului tractat



Teză de abilitare: *Cercetări privind fiabilitatea produselor industriale*  
Autor: conf.dr.ing. MORARIU Cristin-Olimpiu

Tabelul 2.6 Estimări parametrice cu interval de încredere 95% [MCO 17a]

Parametrii repartiției Weibull	Estimări parametrice cu interval de încredere 95%				
	$\hat{\beta}$	$\hat{\beta}_M$	$\hat{\beta}_{Me}$	$\beta_L$	$\beta_U$
Parametrul de formă, $\beta$	3.3322	2.4905	2.8026	1.1322	5.2526
Parametrul de scală, $\eta$	$9.344 \cdot 10^7$	$9.457 \cdot 10^7$	$9.456 \cdot 10^7$	$6.502 \cdot 10^7$	$1.381 \cdot 10^8$

Tabelul 2.7 Estimăriile parametrilor repartiției normale [MCO 17a]

Parametrii repartiției normale	Estimări parametrice cu interval de încredere 95%		
	$\hat{\mu}$	$\mu_L$	$\mu_U$
Media timpului de funcționare, $\mu$	$1.4167 \cdot 10^8$	$1.0902 \cdot 10^8$	$1.7432 \cdot 10^8$
Abaterea standard a timpului de functionare, $\sigma$	$3.1111 \cdot 10^7$	$1.9419 \cdot 10^7$	$7.6302 \cdot 10^7$

#### Concluzii:

- Modelarea fiabilității scarificatorului tractat s-a realizat, cu o precizie foarte bună, prin utilizarea modelului repartiției Weibull triparametrice.
- Valoarea duratei minime de viață, estimată în condiții reale de funcționare, este de  $5.813 \cdot 10^7$  cicluri.
- Valorile mari ale parametrului de formă, ne permit să utilizăm în studiul de fiabilitate și repartiția normală. Acest fapt a condus la posibilitatea estimării punctuale și cu interval de încredere a duratei medii de funcționare a scarificatorului tractat și la estimarea abaterii standard a duratei de funcționare a acestora.

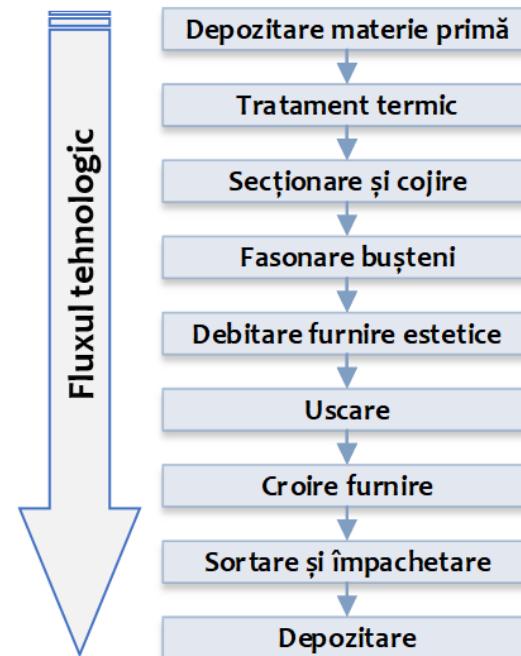
Tabelul 2.5 Valoarea estimată a parametrului de poziționare [MCO 17a]

Parametrul estimat:	Valoarea estimată
Coeficientul de corelație, $\rho$	0.99818
Parametrul de poziționare al repartiției Weibull, $\gamma$	$5.813 \cdot 10^7$

## Capitolul 2. Cercetări privind fiabilitatea produselor industriale

### 2.4 Analiza fiabilității mașinii de debitat furnir

Furnirele estetice reprezintă furnire valoroase din punct de vedere estetic, având grosimi cuprinse între 0.55 și 1.2 mm, în funcție de specia lemnăoasă utilizată.



Valori experimentale, ale timpului de funcționare între două defectări accidentale, exprimate în minute [TOM 08], colectate în perioada ianuarie – decembrie 2004:

1400	9964	11440	3897	2782	7200	702	1426	500	9039	7167	22568
10027	2693	4310	2518	10080	4280	1355	6396	1144	1419	2854	2606
2673	10039	12955	8222	5382	2789	3895	7190	2301	2437	11339	5390
7189	5287	4187	2688	4308	2026	8084	4076	5728	4091	5326	2591
11513	2587	4278	4222	4206	1427	4247	2821	7101	11155	8502	2769
2405	5474	2840	4221	2537	2839	2786	4276	4212	1455	4246	8623
5747	2781	19684	7180	2750	5746	6869	4268	7128	14353	5502	5737
2863	18670										



## Capitolul 2. Cercetări privind fiabilitatea produselor industriale

### 2.4 Analiza fiabilității mașinii de debitat furnir

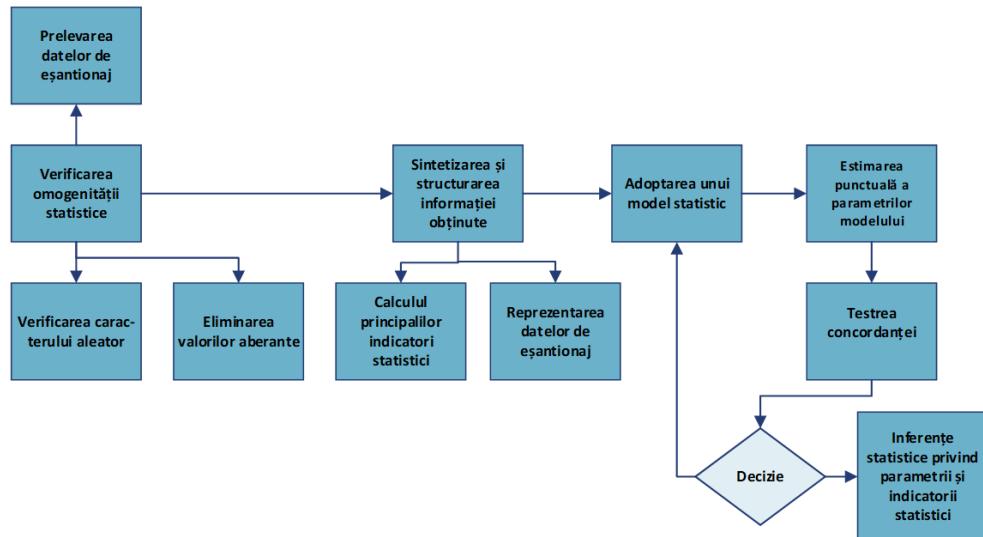
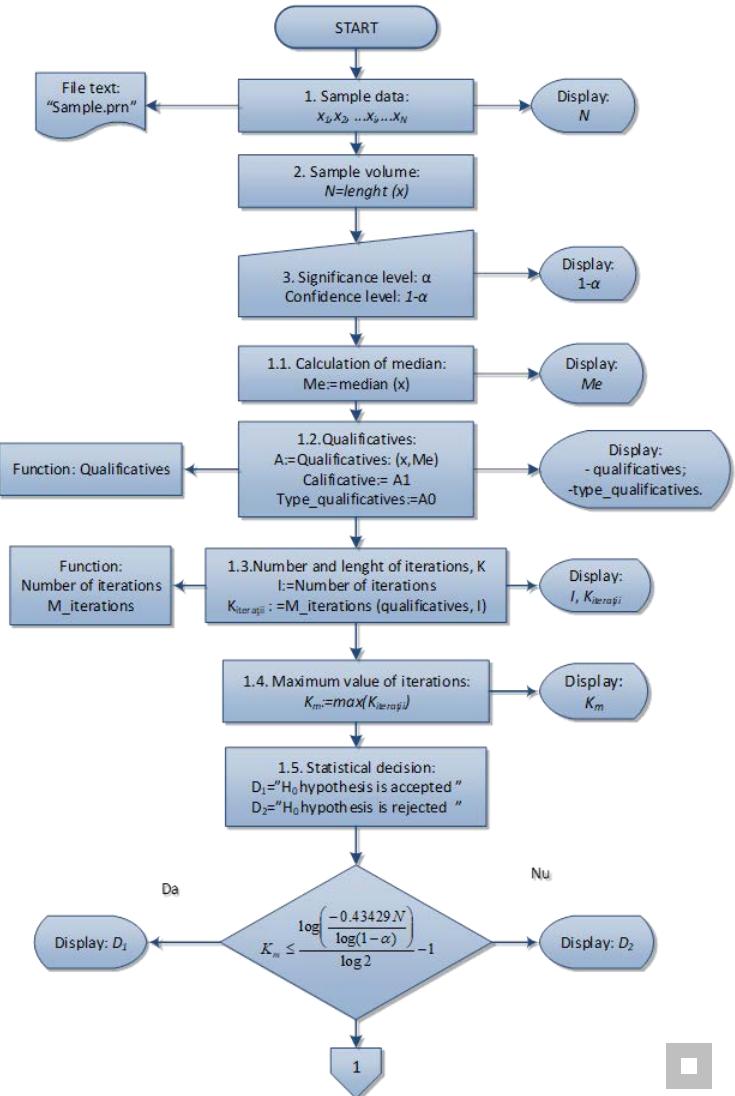


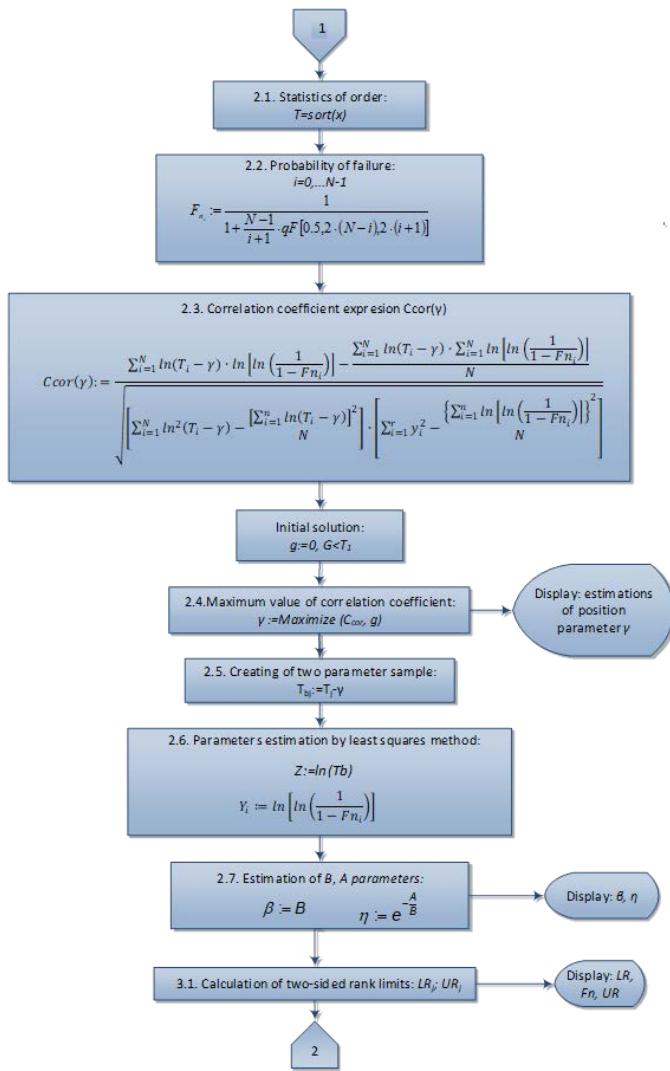
Fig. 2.11 Etapele analizei fiabilității și menținabilității produselor [MAR 04]

Teză de abilitare: Cercetări privind fiabilitatea produselor industriale  
Autor: conf.dr.ing. MORARIU Cristin-Olimpiu

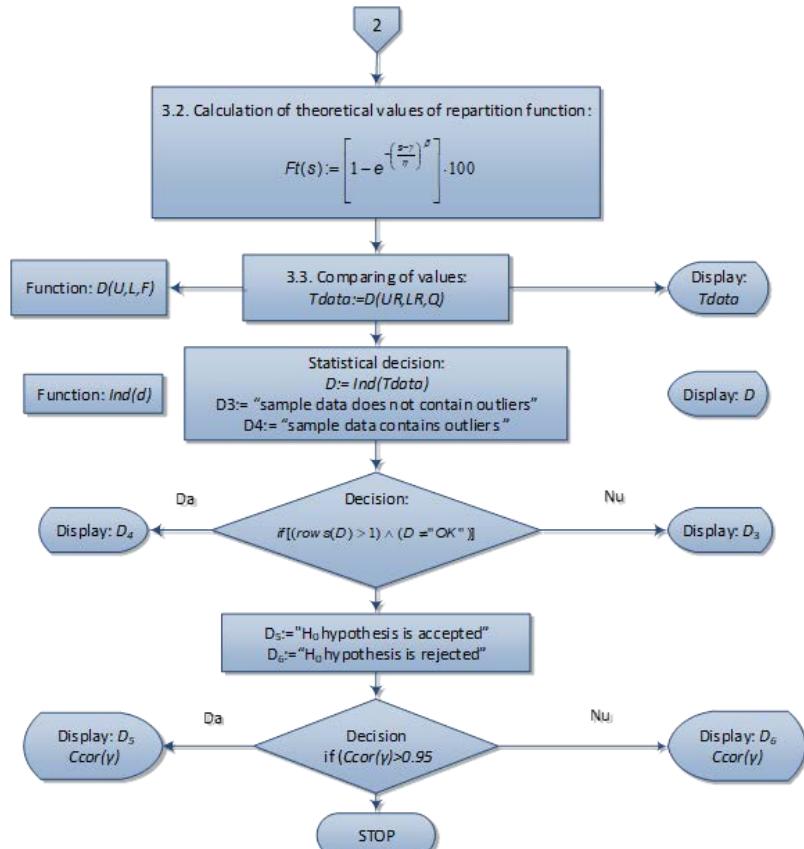


## Capitolul 2. Cercetări privind fiabilitatea produselor industriale

### 2.4 Analiza fiabilității mașinii de debitat furnir



Teză de abilitare: Cercetări privind fiabilitatea produselor industriale  
Autor: conf.dr.ing. MORARIU Cristin-Olimpiu



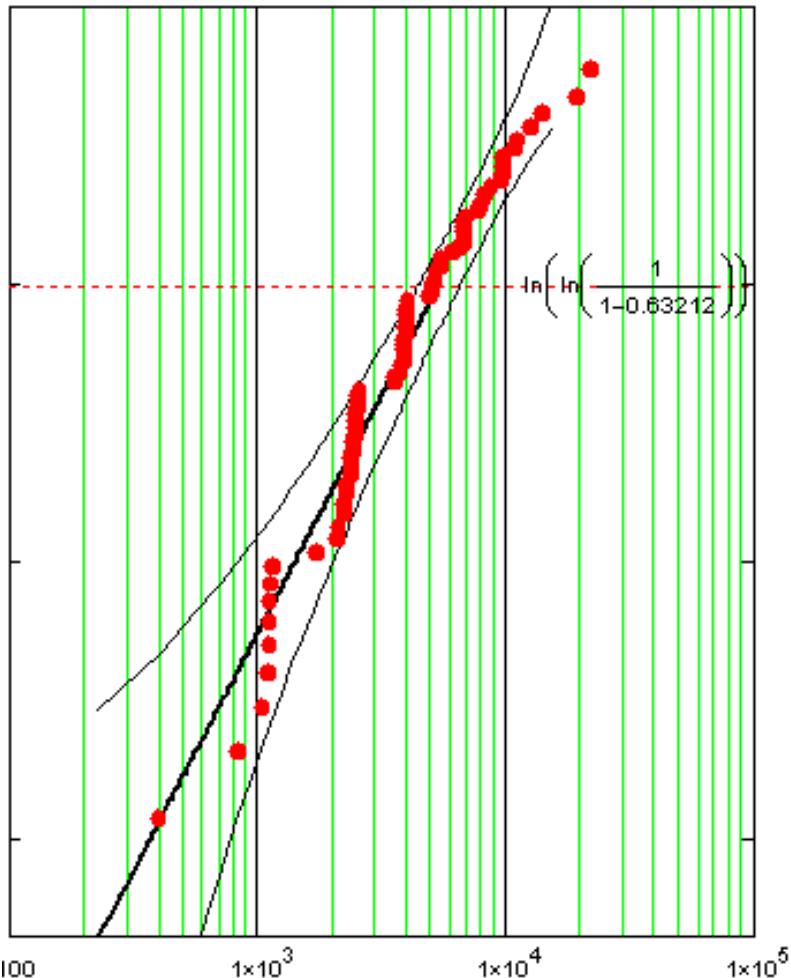
Sunt identificate șapte valori aberante:

3895    7190    2591    2405    5502    5737    2863



## Capitolul 2. Cercetări privind fiabilitatea produselor industriale

### 2.4 Analiza fiabilității mașinii de debitat furnir



Tabelul 2.9 Valorile estimate ale parametrilor modelului Weibull [MCO 08b]

Metoda de estimare utilizată:	Estimări punctuale ale parametrilor		
	$\hat{\beta}$	$\hat{\eta}$	$\hat{\gamma}$
Metoda modificată a momentelor	1.198	4994.903	579.491
Metoda celor mai mici pătrate	1.484	5450.070	306.320
Metoda verosimilității maxime	1.380	5474.360	306.320
Metoda clasică a momentelor	1.350	5758.276	306.320

#### Concluzii:

- Valorile estimate ale parametrilor repartiției Weibull diferă, în funcție de metoda de calcul utilizată, datorită faptului că la baza acestor metode stau principii diferite. Diferențele, însă, nu sunt semnificative.
- Valoarea estimată a coeficientului de corelație:

$$\rho(\gamma) = 0.9835,$$

confirmă ipoteza că modelul repartiției Weibull este potrivit pentru modelarea datelor experimentale. La aceeași concluzie se poate ajunge și din analiza figurii 2.14.

- Dintre valorile prezentate în tabelul 2.9 se preferă valorile obținute prin utilizarea metodei verosimilității maxime deoarece sunt cele mai precise și în același timp permit și estimarea cu interval de încredere.
- Expresia funcției de fiabilitate a timpilor de funcționare până la defectare este:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-306.32}{5474.36}\right)^{1.38}}.$$

## (B-ii) Planuri de evoluție și dezvoltare a carierei

### Evoluție profesională

- 1984 - Diploma de inginer mecanic, cu media 10 la examenul de diplomă și media anilor de studii 9.92
- 1984-1986, inginer stagiar la Întreprinderea de Construcții Aeronautice, SC "I.A.R. - Brașov" SA
- 1987-1990, inginer proiectant la Institutul Național de Motoare Termice București (actualmente SC MASTER SA București) fiind încadrat la Filiala M2- Brașov, grupa Proiectare Motoare
- 1990-2000, inginer proiectant la SC ICPROA SA Brașov, Atelierul 071- Proiectare Produse
- 1990-2000, cadru didactic asociat, la Facultatea de Inginerie Tehnologică, Catedra T.C.M. și OMMR.
- 1991, șef "Laboratoare de studii cercetări și încercări produse", din cadrul aceluiași atelier de proiectare – 071
- 1995-2002, consultanță în domeniul managementului calității
- 1997, atestat pe funcția de cercetător științific.
- 1999, titlul de doctor inginer, în ramura Tehnică, specializarea Fiabilitate
- 2000, șef de lucrări la Catedra T.C.M., Facultatea IT, Universitatea Transilvania din Brașov
- 2004, conferențiar universitar la Catedra T.C.M., Facultatea IT, Universitatea Transilvania din Brașov

## (B-ii) Planuri de evoluție și dezvoltare a carierei

### Evoluție profesională

#### Cursuri de specializare în domeniul ingineriei industriale și managementului:

- "Proiectarea constructivă și tehnologică a rulmenților", SC Rulmentul SA Brașov - SC Global SRL București, 1990-1991.
- "Strategia Întreprinderii", Universitatea Economică de Vară, Brașov - T.C.E. Brașov - J.C.E. Franța, august 1991.
- "Fiabilitatea Sistemelor", Universitatea Transilvania din Brașov, Facultatea de Științe și Serviciul Cultural al Ambasadei Franceze, mai 1993.
- "Proiectarea asistată de calculator (Metoda Elementelor Finite)", Ministerul Muncii și Protecției Sociale, aprilie 1994.
- „Sisteme de managementul calității. ISO 9001:2000”, Societatea Română pentru Asigurarea Calității, aprilie 2002.
- „Curs limba franceză” – nivel mediu, Alianța Franceză, Brașov, iunie 2005.
- „Managementul calității”, Universitatea Transilvania din Brașov, aprilie 2003.
- „Manager sistem calitate” Schema armonizată EOQ (European Organization for Quality), Asociația Română pentru Calitate, septembrie 2006.
- „Auditor extern”, Schema armonizată EOQ (European Organization for Quality), Asociația Română pentru Calitate, decembrie 2006.
- „Project Management”, Universitatea Transilvania din Brașov - High Tech Pentalog - Agenția Universitară a Francofoniei, iunie 2010.

#### Titular la disciplinele:

- *Probabilități și statistică aplicată*, programul de studii de licență Ingineria și managementul calității, anul III.
- *Managementul calității*, programul de studii de licență Ingineria și managementul calității, anul IV.
- *Statistică aplicată*, programele de studii de licență IEI, IEI-ID, IMA, anul II de studii.
- *Sistemul de management al calității*, programul de studii de masterat Managementul calității, anul I.
- *Probabilități și statistică aplicată*, programul de studii de masterat Managementul calității, anul I.
- *Proiectarea experimentelor*, programul de studii de masterat Ingineria proceselor de fabricație avansate, anul I.



## (B-ii) Planuri de evoluție și dezvoltare a carierei

Experiența de management, analiză și evaluare în învățământ

### a. Responsabilități de membru în:

- Senatul Universității Transilvania din Brașov, 2016 – prezent.
- Consiliul Facultății de Inginerie Tehnologică și Management Industrial, Universitatea Transilvania din Brașov, 2008 – prezent.
- Juriul Conferinței Absolvenții în fața companiilor – AFCO, Secțiunea I. Inginerie mecanică, Inginerie tehnologică, Inginerie economică, Universitatea Transilvania din Brașov, 2014 – 2017.
- Comisia pentru evaluarea și asigurare a calității, Facultatea de Inginerie Tehnologică și Management Industrial, Universitatea Transilvania din Brașov, 2011-2017.
- Comisia de îndrumare a doctorandului BRAGA Cristian Ion, coordonator științific prof.dr.ing. NEDELCU Anișor, domeniul de doctorat Inginerie și management, forma de doctorat cu frecvență redusă, 2015.
- Comisia de îndrumare a doctorandului LEONTE Alexandru, coordonator științific prof.dr.ing. NEDELCU Anișor, domeniul de doctorat Inginerie și management, forma de doctorat cu frecvență, cu bursă, 2013.
- Comisia de îndrumare a doctorandului ORZAN Iulian Alexandru, coordonator științific prof.dr.ing. BUZATU Constantin, domeniul de doctorat Inginerie industrială, forma de doctorat cu frecvență cu taxă, 2012.
- Comisia de îndrumare a doctorandului NĂSULEA Daniel, coordonator științific prof.dr.ing. OANCEA Gheorghe, domeniul de doctorat Inginerie industrială, forma de doctorat cu frecvență, 2015.
- Comisia de îndrumare a doctorandului DAICU Raluca, coordonator științific prof.dr.ing. OANCEA Gheorghe, domeniul de doctorat Inginerie industrială, forma de doctorat cu frecvență, 2014.



## (B-ii) Planuri de evoluție și dezvoltare a carierei

Experiența de management, analiză și evaluare în învățământ

### b. Responsabilități de conducere:

- Prodecan cu activitatea studenților și legătura cu mediul economic și socio-cultural, internaționalizare, Facultatea de Inginerie Tehnologică și Management Industrial, Universitatea Transilvania din Brașov, 2016 – prezent.
- Prodecan cu activitatea studenților și legătura cu mediul economic și socio-cultural, Facultatea de Inginerie Tehnologică și Management Industrial, Universitatea Transilvania din Brașov, 2012 – 2016.
- Coordonatorul Sesiunii cercurilor științifice studențești la nivelul facultății de Inginerie Tehnologică și Management Industrial, Universitatea Transilvania din Brașov, 2012 – 2016.
- Președintele Comisiei de evaluare a lucrărilor prezentate la Sesiunea Cercurilor Științifice Studențești, Secțiunea 2: Tehnologii de fabricație, echipamente tehnologice și ingineria calității, 2011-1017.



## (B-ii) Planuri de evoluție și dezvoltare a carierei

Experiența de management, analiză și evaluare în învățământ

**Membru în colectivele de organizare, comitete științifice ale revistelor / manifestărilor științifice și/sau recenzor:**

- Membru în Comitetul științific și recenzor al The 13th International Conference On Modern Technologies In Manufacturing, Department of Manufacturing Engineering (DME) – TU Cluj-Napoca, 12-13 October 2017 – Cluj-Napoca.
- Membru în Comitetul științific, Comitetul de organizare, chairman și recenzor al International Conference Computing and Solutions in Manufacturing Engineering – CoSME '16, November 3÷4, Brașov, Romania, 2016.
- Membru în Comitetul de recenzori al revistei Technical Gazette, Journal of Technical faculties of the Juraj Strossmayer University of Osijek, Croația.
- Membru în Comitetul de organizare, chairman și recenzor al International Conference Computing and Solutions in Manufacturing Engineering – CoSME '12, September 16÷18, Brașov, Romania, 2012.
- Membru in Comitetul de organizare al Conferinței Absolvenții în fața companiilor – AFCO, 2014-2017, Brașov.
- Membru în Comitetul de organizare, chairman și recenzor al International Conference „Computing and Solutions in Manufacturing Engineering” – CoSME '08, September 25÷27, Brașov, Romania, 2008.
- Membru în Comitetul de organizare și chairman al International Conference Computing and Solutions in Manufacturing Engineering – CoSME '04, September 16÷18, Brașov – Sinaia, Romania, 2004.
- Chairman: Secțiunea Quality & Reliability, 1st International Conference on Manufacturing Engineering, Quality and Production Systems (MEOAPS '09), Universitatea Transilvania din Brașov, World Scientific and Engineering Academy and Society, Brașov, România, 24 ÷ 26 sept., 2009.
- Chairman: Secțiunea – Advanced Neural Networks, 12th WSEAS International Conference on Neural Networks (NN '11), Universitatea Transilvania din Brașov, World Scientific and Engineering Academy and Society, 11-13 aprilie, 2011, Brașov, România.



## (B-ii) Planuri de evoluție și dezvoltare a carierei

### Cercetarea științifică

#### Sinteza a principalelor realizări științifice:

- *Teza de doctorat: Optimizarea încercărilor de fiabilitate a rulmenților, Universitatea Transilvania din Brașov, 1999.*
- *Nr cărți publicate în edituri naționale: 5.*
- *Nr. suporturi de curs / îndrumare / cataloage de produse: 6.*
- *Nr lucrări indexate în reviste ISI Thomson Reuters: 3.*
- *Nr lucrări indexate în volumele unor manifestări științifice indexate ISI Thomson Reuters: 6.*
- *Nr lucrări indexate BDI: 11.*
- *Nr lucrări în reviste de specialitate: 28.*
- *Nr lucrări în volumele conferințelor internaționale, naționale cu participare internațională: 37.*
- *Nr. granturi / proiecte de cercetare-dezvoltare câștigate prin competiție sau contracte cu mediul socio-economic, în calitate de director sau responsabil: 19.*
- *Nr. granturi / proiecte de cercetare-dezvoltare câștigate prin competiție sau contracte cu mediul socio-economic, în calitate de membru în echipă: 20.*

(un proiect pe fonduri structurale, finanțat prin POS-CCE, Axa 2; două granturi CNCSIS; un proiect POSDRU; un Bridge Grant; două proiecte în cadrul Programul National de Cercetare Științifică și Dezvoltare Tehnologică - RELANSIN, Subprogramul III – RELANSIN MODERNIZARE; 4 contracte în cadrul Programul național „ORIZONT 2000”; 12 contracte în cadrul Programul National 4.1 "Dezvoltare tehnologică în construcția de mașini"; 17 contracte directe cu diversi beneficiari).



## (B-ii) Planuri de evoluție și dezvoltare a carierei

Cercetarea științifică

### Autorul tezei a participat și la:

- Dezvoltarea laboratorului didactic: Ingineria și managementul calității, fiabilității și risurilor industriale, perioada: 2007 - prezent. În prezent este responsabilul acestui laborator didactic.
- Dezvoltarea și coordonarea centrului de cercetare: D.18 - Managementul calității, Institutul de cercetare – dezvoltare al Universității Transilvania din Brașov (ICDT), perioada: 2007 - 2011.
- Coordonarea centrului de cercetare: Ingineria și managementul calității, Departamentul de Ingineria Fabricației, perioada: 2012 – prezent.

### Membru în asociații profesionale:

- Asociația Română de Tribologie.
- Asociația Universitară de Ingineria Fabricației – AUIF.

## FIȘA DE VERIFICARE A ÎNDEPLINIRII STANDARDELOR MINIMALE CNATDCU

Domeniul fundamental: *Stiințe Inginerești*

Domeniul: *Inginerie Industrială*

Comisia CNATDCU de specialitate: *Inginerie Industrială și Management*

Nr. crt.	Domeniul de activitate	Condiții minimele pentru profesor	Punctaj realizat
1.	Activitatea didactică / profesională (A1)	130 p	<b>204.01 p</b>
2.	Activitatea de cercetare (A2)	300 p	<b>459.23 p</b>
3.	Recunoașterea impactului activității (A3)	100 p	<b>226.30 p</b>
<b>TOTAL:</b>		<b>530 p</b>	<b>889.57 p</b>



## (B-ii) Planuri de evoluție și dezvoltare a carierei

### Planuri de dezvoltare a activității didactice

Dezvoltarea activității didactice se va baza pe îmbunătățirea continuă a metodologiei de predare sprijinind și implicând studenții în procesul de învățare, prin:

- implementarea conceptului de învățământ centrat pe student, pornind de principiile: studenții au stiluri diferite de învățare; studenții au nevoi și interese diferite; studenții au diferite experiențe și cunoștințe acumulate în timp;
- îmbunătățirea activității didactice având în vedere evaluarea rezultatelor învățării, abilitățile studenților de rezolvare a problemelor, de lucru în echipă, capacitatea lor de gândire critică, eliminarea învățării prin memorare sau prin activități ineficiente și plăcute;
- înlocuirea prelegerilor cu abordarea teoriei și a aplicațiilor practice pe bază de dialog astfel încât studenții să fie motivați și să participe activ și cu placere la activitățile de învățare;
- utilizarea tehnologiilor educaționale moderne și a tehnologiilor de formare bazate pe utilizarea computerului și a produselor software moderne, prezentări PowerPoint, prezentări video, laboratoare experimentale;
- elaborarea de cursuri și îndrumare de laborator pentru acoperirea disciplinelor la care autorul tezei de abilitare este titular;
- actualizarea, modernizarea suporturilor de curs și publicarea periodică în format tipărit sau electronic, a unor ediții actualizate;
- conținutul cursurilor și al aplicațiilor vor avea ca obiective capacitatea studenților de a acționa în rezolvarea diverselor probleme prin: gândire critică, gândire logică, experimentare și creativitate, precum și prin lucrul în echipă;
- sprijinirea și încurajarea studenților să participe la cercurile științifice studențești, activități de cercetare, conferințe și simpozioane destinate lor;
- continuarea activității de coordonare a studenților și a masteranzilor la proiectele de diplomă și respectiv, la proiectele de disertație prin identificarea de subiecte interesante și care pot rezolva anumite probleme cu care se confruntă mediul economic.

## (B-ii) Planuri de evoluție și dezvoltare a carierei

### Planuri de dezvoltare a activității de cercetare științifică

Teză de abilitare: Cercetări privind fiabilitatea produselor industriale  
Autor: conf.dr.ing. MORARIU Cristin-Olimpiu

**Direcțiile principale planificate pentru dezvoltarea activității de cercetare științifică, sunt:**

- continuarea cercetării științifice pe direcțiile detaliate pe parcursul acestei teze de abilitare:
  - cercetări privind estimarea parametrilor și indicatorilor de fiabilitate;
  - cercetări privind fiabilitatea produselor industriale,
- precum și abordarea unor noi direcții de cercetare în domeniile:
  - managementul calității;
  - utilizarea și dezvoltarea instrumentelor calității;
  - proiectarea experimentelor;
- continuarea îmbunătățirii și dezvoltării infrastructurii de cercetare din laboratoarele departamentului de Ingineria fabricației;
- utilizarea infrastructurii de cercetare a centrului de cercetare științifică Tehnologii și sisteme avansate de fabricație, a Institutul de cercetare – dezvoltare al universității Transilvania din Brașov;
- implicarea mult mai activă în contracte de cercetare;
- publicarea unor articole în jurnale de referință în domeniu și în reviste, din zonele Q1 și Q2, indexate ISI Thompson Reuters cu factor de impact și scor relativ de influență și în bazele de date internaționale recunoscute de Consiliul National al Cercetării Științifice;
- prezentarea unor lucrări și participarea la conferințele desfășurate în domeniu, cu precădere de nivel internațional și pe cât posibil indexate ISI, desfășurate atât în țară, cât și în străinătate;
- atragerea de fonduri prin contracte cu terți sau proiecte de consultanță.

